

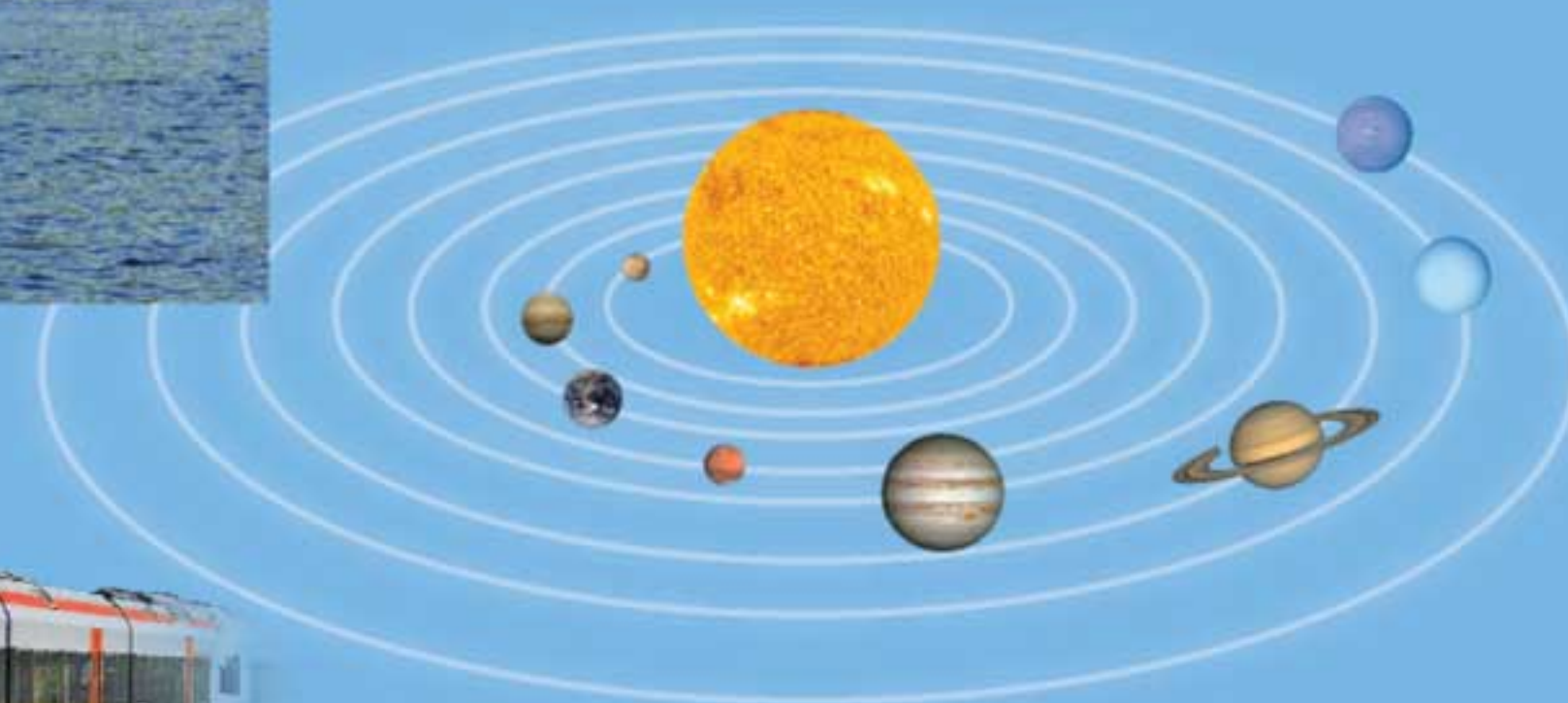
Л. А. Ісачанкава

А. А. Сакольскі

К. В. Захарэвіч

ФІЗИКА

9



АСНОЎНЫЯ ФОРМУЛЫ МЕХАНІКІ

РАЎНАМЕРНЫ ПРАМАЛІНЕЙНЫ РУХ

$$\vec{a} = \vec{0}$$

$$\vec{v} = \text{const}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{v} t$$

Перамяшчэнне

$$x = x_0 + v_x t$$

$$s = vt$$

Каардыната

Шлях

РУХ З ПАСТАЯННЫМ ПАСКАРЭННЕМ

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t$$

Скорасць

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

Перамяшчэнне

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

Каардыната

РУХ ПА АКРУЖНАСЦІ

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}; \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu; \omega = \frac{v}{R}$$

Вуглавая скорасць

$$a = \frac{v^2}{R}$$

Цэнтраімклівае паскарэнне

ЗАКОНЫ НЬЮТАНА

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Другі

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Трэці

ЗАКОН ГУКА

$$F_x = -kx$$

ЗАКОН СУСВЕТНАГА ПРЫЦЯГНЕННЯ

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

ЗАКОН АРХІМЕДА

$$F_A = \rho_v g V_{\text{апушч}}$$

ТРЭННЕ СЛІЗГАННЯ

$$F_{\text{тр}} = \mu F_{\text{ціску}} = \mu N$$

МЕХАНІЧНАЯ РАБОТА

$$A = F \Delta r \cos \alpha$$

МАГУТНАСЦЬ

$$P = \frac{A}{\Delta t}$$

ІМПУЛЬС ЦЕЛА

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

ЭНЕРГІЯ

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

Кінетычная

$$E_{\text{п}} = mgh; E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$$

Патэнцыяльная

Л. А. Ісачанкава А. А. Сакольскі К. В. Захарэвіч

ФІЗІКА

Вучэбны дапаможнік для 9 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Пад рэдакцыяй *А. А. Сакольскага*

*Дарушчана
Міністэрствам адукацыі
Рэспублікі Беларусь*

Мінск «Народная асвета» 2019

УДК 53(075.3=161.3)
ББК 22.3я721
И85

Пераклад з рускай мовы *Н. М. Алганавай*

Рэцэнзенты:

кафедра фізікі і методыкі выкладання фізікі ўстановы адукацыі
«Беларускі дзяржаўны педагагічны ўніверсітэт імя Максіма Танка»
(кандыдат фізіка-матэматычных навук, дацэнт *В. М. Белая*);
настаўнік фізікі вышэйшай кваліфікацыйнай катэгорыі дзяржаўнай
установы адукацыі «Гімназія № 10 г. Мінска» *Т. У. Оліхвер*

ISBN 978-985-03-3083-3

© Ісачанкава Л. А., Сакольскі А. А., Захарэ-
віч К. В., 2019
© Алганавы Н. М., пераклад на беларускую
мову, 2019
© Афармленне. УП «Народная асвета», 2019

ЗМЕСТ

Ад аўтараў	4
------------------	---

Раздзел 1. Асновы кінематыкі

§ 1. Механічны рух	6
§ 2. Адноснасць руху. Сістэма адліку	8
§ 3. Скалярныя і вектарныя велічыні. Дзеянні над вектарамі	12
§ 4. Праекцыя вектара на вось	16
§ 5. Шлях і перамяшчэнне	20
§ 6. Раўнамерны прамалінейны рух. Скорасць	24
§ 7. Графічны паказ раўнамернага прамалінейнага руху	28
§ 8. Нераўнамерны рух. Сярэдняя і імгненная скорасць	33
§ 9. Складанне скарасцей	38
§ 10. Паскарэнне	42
§ 11. Скорасць пры раўнапераменным руху	44
§ 12. Перамяшчэнне, каардынаты і шлях пры раўнапераменным руху ...	48
§ 13. Крывалінейны рух. Лінейная і вуглавая скорасці	55
§ 14. Паскарэнне пункта пры яго руху па акружнасці	60

Раздзел 2. Асновы дынамікі

§ 15. Узаемадзеянне цел. Сіла. Інерцыяльныя сістэмы адліку. Першы закон Ньютана	68
§ 16. Маса	72
§ 17. Другі закон Ньютана — асноўны закон дынамікі	76
§ 18. Трэці закон Ньютана. Прынцып адноснасці Галілея	82
§ 19. Дэфармацыя цел. Сіла пругкасці. Закон Гука	86
§ 20. Сілы трэння. Сілы супраціўлення асяроддзя	92
§ 21. Рух цела пад дзеяннем сілы цяжару	98
§ 22. Рух цела, кінутага пад вуглом да гарызонту (для дадатковага чытання)	104
§ 23. Закон сусветнага прыцягнення	106
§ 24. Вага. Бязважкасць і перагрузкі	112

Раздзел 3. Асновы статыкі

§ 25. Умовы раўнавагі цел. Момант сілы	118
§ 26. Простыя механізмы. Рычагі. Блокі	122
§ 27. Нахіленая плоскасць. «Залатое правіла механікі». Каэфіцыент карыснага дзеяння механізма	128
§ 28. Цэнтр цяжару. Віды раўнавагі ..	134
§ 29. Дзеянне вадкасці і газу на апушчаныя ў іх целы. Выштурхвальная сіла. Закон Архімеда	138
§ 30. Плаванне суднаў. Паветраплаванне (для дадатковага чытання) ...	142

Раздзел 4. Законы захавання

§ 31. Імпульс цела. Імпульс сістэмы цел	148
§ 32. Закон захавання імпульсу. Рэактыўны рух	154
§ 33. Механічная работа. Магутнасць ..	160
§ 34. Патэнцыяльная энергія	166
§ 35. Кінетычная энергія. Поўная энергія сістэмы цел	170
§ 36. Закон захавання энергіі	173

Раздзел 5. Лабараторны эксперымент

Лабараторная работа № 1	180
Лабараторная работа № 2	182
Лабараторная работа № 3	184
Лабараторная работа № 4	185
Лабараторная работа № 5	187
Лабараторная работа № 6	188
Лабараторная работа № 7	190
Лабараторная работа № 8	191
Лабараторная работа № 9	193
Лабараторная работа № 10	194
Лабараторная работа № 11	196
Лабараторная работа № 12	198
Дадатак 1	200
Дадатак 2. Як праглядаць відэа да ілюстрацый	204
Прадметны паказальнік	205
Адказы да практыкаванняў	206

Дарагія дзевяцікласнікі!

Матэрыял дадзенага вучэбнага дапаможніка дазволіць вам больш глыбока акнуцца ў таямніцы механікі, з якой вы ўжо часткова пазнаёміліся ў 7-м класе.

Дапаможнік складаецца з чатырох раздзелаў, падзеленых на параграфы. Параграфы змяшчаюць рубрыкі: «Галоўныя вывады», «Кантрольныя пытанні», «Дамашняе заданне», «Для дапытлівых». У канцы раздзелаў пералічаны тэмы праектных заданняў. Яны выконваюцца па рэкамендацыі настаўніка. Пяты раздзел вучэбнага дапаможніка складаецца з апісання лабараторных работ.

Ілюстраваныя старонкі, размешчаныя ў пачатку першых чатырох раздзелаў, змяшчаюць пытанні, адказы на якія вы атрымаеце па меры вывучэння матэрыялу канкрэтнага раздзела.

Каб работа з вучэбным дапаможнікам прынесла больш карысці, дадзім некалькі парад.

Уважліва прачытайце тэкст параграфа. Вельмі важна зразумець сэнс выкладзенага. Асаблівую ўвагу надавайце азначэнням фізічных велічынь, фізічным законам і формулам. Яны вылучаны ў тэксце. Калі дадзены вывад формулы — самастойна паўтарыце яго ў сшытку.

У тэкст некаторых параграфаў уключаны пытанні. Не пакідайце без адказу ні аднаго з іх.

Уважліва чытайце апісанне дэманстрацыйных доследаў. Іх можна правесці дома. Гэта дапаможа вам лепш зразумець вывучаемыя з'явы. Рэкамендацыі па «ажыўленні» доследаў, пазначаных знакам , дадзены ў *Дадатку 2* «Як праглядаць відэа да ілюстрацый».

Прааналізуйце галоўныя вывады.

Пасля галоўных вывадаў дадзены кантрольныя пытанні. Абавязкова дайце адказ на кожнае з іх. У некаторых выпадках для гэтага карысна звяртацца да дадатковых крыніц інфармацыі, Інтэрнэту.

Вывучыўшы тэарэтычны матэрыял і адказаўшы на кантрольныя пытанні, неабходна рашыць задачы. Частка задач знаходзіцца ў практыкаваннях у канцы параграфа. Найбольш складаныя пытанні і задачы пазначаны знакам . Заданні са знакам  прадугледжваюць выкарыстанне электроннага адукацыйнага рэсурсу «Фізіка, 9 клас» і інтэрактыўных мадэлей.

Матэрыял, што знаходзіцца ў рубрыцы «Для дапытлівых», прызначаны для тых, хто імкнецца атрымаць больш глыбокія веды і плануе звязаць сваю будучую спецыяльнасць з тэхнікай або навуковай працай.

Дадатак 1 у канцы кнігі дапаможа вам пры выкананні лабараторных работ і праектных заданняў.

Жадаем творчых поспехаў і добрых адзнак!

Аўтары

1



Асновы кінематыкі

- Ці можа перамяшчэнне быць роўным нулю, калі пройдзены шлях нулю не роўны?
- Як, знаходзячыся ў вагоне цягніка, вызначыць скорасць яго руху?
- Плывец знаходзіцца побач з плытом, які плыве па рацэ. Што зойме ў плыўца больш часу: адплыць ад плыта 20 м па цячэнні ці супраць яго?





§ 1.

Механічны рух

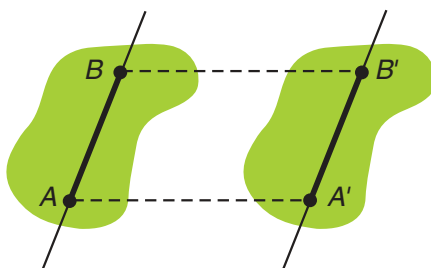
а



б



Мал. 1



Мал. 2



Мал. 3

Гаворачы аб тым, што аўтамабіль спачатку ехаў прама, затым павярнуў направа і хутка спыніўся, мы даём слоўнае апісанне, як рухаўся аўтамабіль.

Для такой дакладнай навукі, як фізіка, гэтага недастаткова. Неабходна даць матэматычна строгае, колькаснае апісанне руху цела. Гэтым займаецца раздзел фізікі *кінематыка*.

У 7-м класе вы вывучалі самы прасты від руху — прамалінейны рух. Рух рэальных цел можа быць вельмі складаным. Паназірайце за самалётам, які выконвае фігуры вышэйшага пілатажу (мал. 1, а), або за чалавекам, які здзяйсняе скачок у ваду (мал. 1, б). Як апісаць такія складаныя рухі?

Пачнём апісанне з найбольш простага руху — паступальнага.

Калі форма і памеры цела ў працэсе руху не змяняюцца, то цела называюць абсалютна цвёрдым. Рух такіх цел мы і будзем разглядаць у кінематыцы. Пры паступальным руху прамая, якая праходзіць праз любыя два пункты цела, застаецца паралельнай свайму першапачатковаму становішчу (мал. 2).

Паступальны рух можа быць як прамалінейным, так і крывалінейным (мал. 3). Траекторыі пунктаў цела, якое рухаецца паступальна, аднолькавыя. Яны толькі зрушаны адна адносна другой.

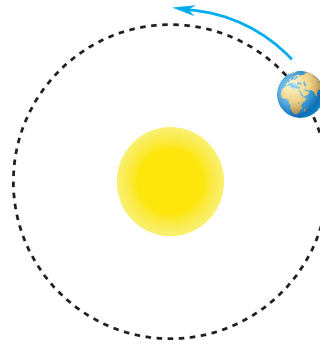
Любы рух абсалютна цвёрдага цела зводзіцца да паступальнага перамяшчэння і вярчэння.

Паколькі пры паступальным руху ўсе пункты рухаюцца аднолькава, дастаткова вывучыць рух толькі аднаго з пунктаў цела, г. зн. *выкарыстаць мадэль матэрыяльнага пункта*.

Матэрыяльным пунктам называюць цела, памеры якога ў дадзенай задачы можна не ўлічваць.



Мал. 4



Мал. 5

Менавіта ад пастаўленай задачы залежыць, ці можна лічыць дадзенае рэальнае цела матэрыяльным пунктам. Напрыклад, калі нас цікавіць рух крылаў матылька (мал. 4), то матылька нельга разглядаць як матэрыяльны пункт. У той жа час Зямлю можна лічыць матэрыяльным пунктам, калі разглядаць яе рух вакол Сонца (мал. 5).

Галоўныя вывады

1. Задача кінематыкі — матэматычна строгае апісанне механічнага руху цел.
2. Пры апісанні паступальнага руху можна выкарыстоўваць мадэль матэрыяльнага пункта.
3. Матэрыяльным пунктам называюць цела, памеры якога ў дадзенай задачы можна не ўлічваць.

? Кантрольныя пытанні

1. У чым заключаецца задача кінематыкі?
2. Што такое абсалютна цвёрдае цела?
3. Які рух называюць паступальным?
4. Ці можа паступальны рух быць крывалінейным?
5. Пры якіх умовах рэальнае цела можна разглядаць як матэрыяльны пункт?

→ Дамашняе заданне

1. Выразіце час у секундах: $t_1 = 20$ мкс; $t_2 = 0,40$ мін; $t_3 = 3,0$ г; $t_4 = 0,050$ сут; $t_5 = 0,0000080$ года (высакоснага).
2. Запішыце велічыні, выкарыстаўшы прыстаўкі «мега», «кіла», «сенты», «мілі», «мікра»: напружанне $U = 3 \cdot 10^6$ В; шлях $s = 4 \cdot 10^3$ м; даўжыня $l = 8 \cdot 10^{-2}$ м; маса $m = 7 \cdot 10^{-3}$ г; таўшчыня $d = 2 \cdot 10^{-6}$ м.
3. Вымерайце свой рост і запішыце яго ў кіламетрах, метрах, дэцыметрах, сантыметрах, міліметрах, мікраметрах. Якая адзінка вымярэння росту найбольш часта ўжываецца?
4. Выкарыстаўшы лінейку, прадэманструйце паступальны і вярчальны рух.



§ 2.

Адноснасць руху. Сістэма адліку

У 7-м класе вы даведаліся, што такое шлях, пройдзены целам, скорасць руху цела, траекторыя. Ад чаго яны залежаць? Вядома, ад таго, як гэта цела рухаецца. Але не толькі ад гэтага.

Уявіце, што вы сядзіце ў крэсле самалёта, які ляціць са скорасцю $v = 900 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Рухаецца вы ці не? Адзін чалавек скажа, што вы рухаецца, а іншы — што вы знаходзіцеся ў стане спакою. Хто з іх мае рацыю? Абодва. Пасажыр, які сядзіць у крэсле самалёта, адносна Зямлі рухаецца, а адносна самалёта — знаходзіцца ў стане спакою.

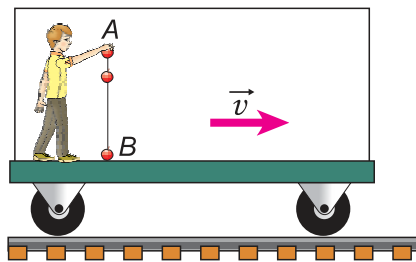
Цела, адносна якога разглядаецца рух іншых цел, называюць *целам адліку*. Яго ўмоўна прымаюць за нерухомае.

Калі за цела адліку прыняць Зямлю, то трэба лічыць, што яна знаходзіцца ў стане спакою, а самалёт і яго пасажыры — рухаюцца. Калі ж за цела адліку прыняць самалёт, то самалёт і пасажыры знаходзяцца ў стане спакою, а рухаецца Зямля.

*Паняцці і велічыні, якія залежаць ад выбару цела адліку, называюць **адноснымі***. Такім чынам, «стан спакою» і «стан руху» — паняцці адносныя. А ці адносныя *скорасць руху, траекторыя, шлях*? У нашым прыкладзе скорасць руху авіяпасажыра адносна Зямлі роўна $v = 900 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а адносна самалёта — нулю. Значыць, *скорасць — велічыня адносная*.

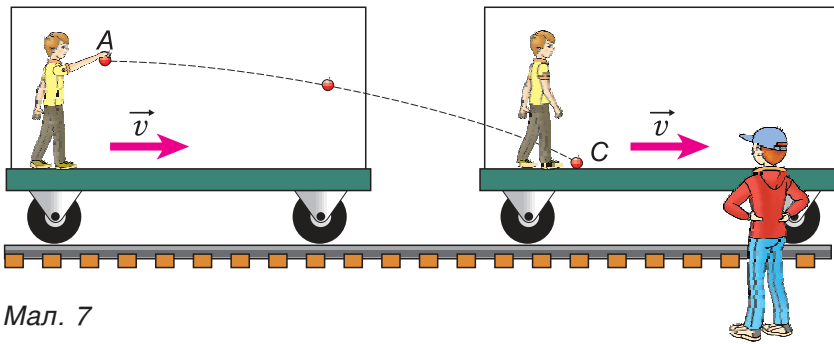
Пераканаемся, што траекторыя таксама адносная. Разгледзім вагон (мал. 6), які рухаецца з пастаяннай скорасцю v па прамалінейным участку чыгуначнага пуці. Па якой траекторыі будзе рухацца яблык, які выпаў у хлопчыка з рук?

Скорасць яблыка ў пункце *A* адносна вагона роўна нулю. Яблык рухаецца ўніз па прамалінейнай траекторыі *AB*.

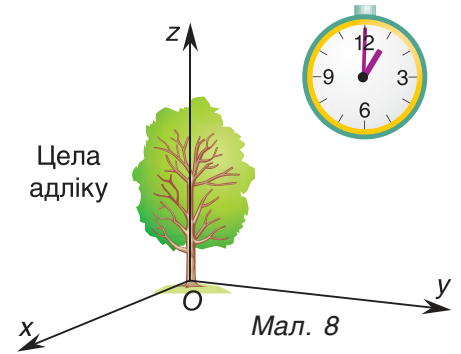


Мал. 6

А якая пачатковая скорасць яблыка адносна Зямлі? Хоць хлопчык не кінуў яблык, а проста выпусціў яго з рук, пачатковая скорасць яблыка *адносна Зямлі* нулю не роўна! Яна роўна v — скорасці руху вагона адносна Зямлі. Перамяшчаючыся з гэтай скорасцю адносна Зямлі па гарызанталі і адначасова падаючы па вертыкалі, яблык рухаецца адносна Зямлі (і назіральніка на платформе) *па крываліней-*



Мал. 7



Мал. 8

най траекторыі AC (мал. 7). Значыць, і траекторыя руху цела — паняцце адноснае.

А ці будзе адносным шлях? Калі цела адліку служыць Зямля, то ў першым прыкладзе шлях авіяпасажыра за адну гадзіну палёту роўны 900 км. Калі ж за цела адліку прыняты самалёт, то шлях авіяпасажыра роўны нулю. Такім чынам, шлях — таксама велічыня адносная.

Зробім выснову. **Асноўныя характарыстыкі руху: скорасць, траекторыя, шлях — адносныя.** Яны залежаць ад выбару цела адліку.

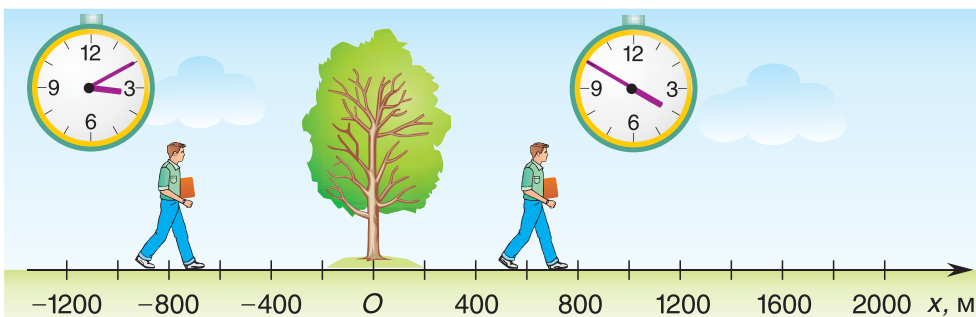
Няхай цела адліку выбрана. Што яшчэ неабходна для апісання руху цел?

Напомнім, што механічны рух — гэта змяненне становішча цела адносна іншых цел *у прасторы з цягам часу*. Для вызначэння становішча цела патрэбна сістэма каардынат, а для вымярэння часу — гадзіннік.

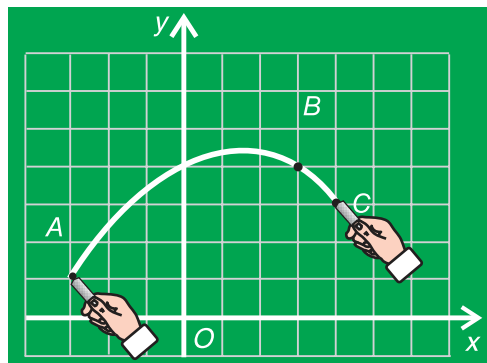
Цела адліку, жорстка звязаная з ім сістэма каардынат і гадзіннік утвараюць сістэму адліку (мал. 8). Часцей за ўсё за цела адліку мы будзем прымаць Зямлю (або цела, нерухомае адносна яе).

Разгледзім прыклады апісання руху цел з выкарыстаннем сістэмы адліку.

Прыклад 1. *Рух пешахода на прамалінейным участку дарогі* (мал. 9). За цела адліку прымем дрэва. Вось каардынат Ox накіруем уздоўж дарогі. Пачатак каардынат змесцім у пункце O (каля ствала дрэва). На малюнку 9 паказана, што ў момант часу $t_1 = 3$ г 10 мін



Мал. 9



Мал. 10

становішча пешахода вызначалася каардынатай $x_1 = -800$ м. У момант часу $t_2 = 3$ г 50 мін яго каардыната стала роўна $x_2 = 600$ м і г. д.

Значыць, для апісання руху цела па зададзенай прамой дастаткова ведаць для кожнага моманту часу значэнне адной каардынаты.

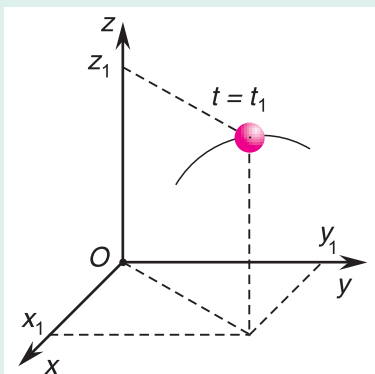
Прыклад 2. Рух кавалка крэйды па школьнай дошцы (на плоскасці) (мал. 10). Выберам дошку цэлам адліку. Для апісання руху

цела ў гэтым прыкладзе адной каардынаты недастаткова.

Пры апісанні руху цела па плоскасці трэба выкарыстоўваць дзве каардынатыныя восі (Ox і Oy) і для кожнага моманту часу t ведаць дзве каардынаты (x і y) цела.

Напрыклад, на малюнку 10 пры $t_0 = 0$ крэйда знаходзілася ў пункце A з каардынатамі $x_0 = -3$ дм, $y_0 = 1$ дм, пры $t_1 = 3$ с — у пункце B з каардынатамі $x_1 = 3$ дм, $y_1 = 4$ дм і г. д.

▼ Для дапытлівых



Прыклад 3. Для апісання руху цела ў прасторы (напрыклад, мяча, птушкі, самалёта) неабходны тры каардынатыныя восі: Ox , Oy , Oz .

На малюнку 11 паказана, як вызначаюць каардынаты x_1 , y_1 , z_1 цела ў прасторы ў некаторы момант часу t_1 .

Мал. 11

■ Галоўныя вывады

1. Рух і спакой, траекторыя, скорасць, шлях і іншыя характарыстыкі руху адносныя. Яны залежаць ад выбару сістэмы адліку.
2. Цела адліку — гэта цела, адносна якога разглядаецца рух іншых цел.
3. Цела адліку, звязаная з ім сістэма каардынат і гадзіннік утвараюць сістэму адліку.
4. Для апісання прамалінейнага руху дастаткова адной каардынатнай восі, а руху па плоскасці — дзвюх восей.



Кантрольныя пытанні

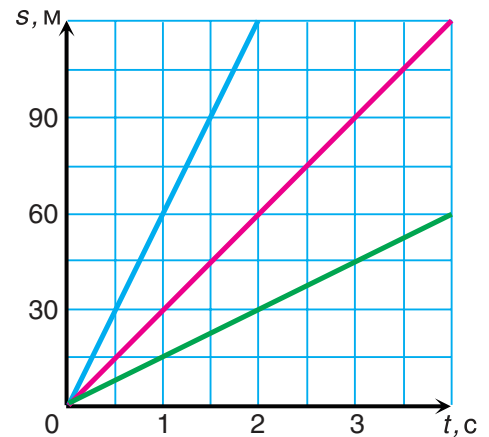
1. Як разумець сцверджанне: «Механічны рух адносна»?
2. Якія характарыстыкі руху адносныя? Растлумачце чаму.
3. Што такое цела адліку? Што разумеюць пад сістэмай адліку?
4. Чым абумоўлены выбар сістэмы каардынат? Пакажыце на прыкладах.

Практыкаванне 1

1. Што такое траекторыя? Шлях? Чым яны адрозніваюцца адно ад аднаго?

2. Ці можна адназначна сцвярджаць, што вы, сядзячы за школьным сталом, знаходзіцеся ў стане спакою? Рухаецеся? Адказ аргументуйце.

3. На малюнку 12 паказаны графікі залежнасці пройдзенага шляху s ад часу t для гарадскога аўтобуса, хуткаснага цягніка і гоначнага баліда. Які графік якому транспартнаму сродку адпавядае? Якія скорасці іх руху?



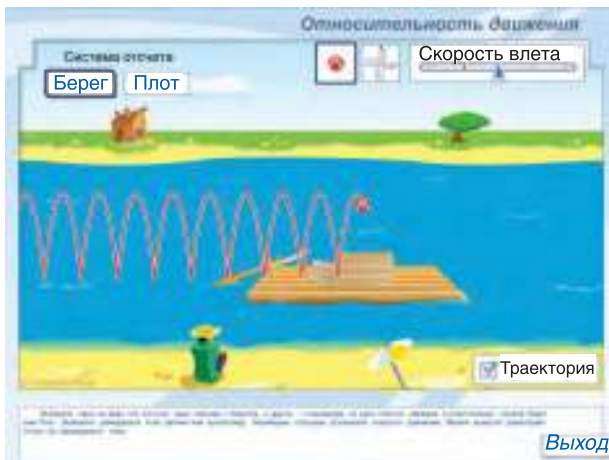
Мал. 12

4. Зададзены значэнні шляхоў: 900 000 км; 15 м; 0,060 км; 30 дм. Калі гэтыя шляхі пройдзены за адзін і той жа час, то які з іх пераадолены пешаходам? Веласіпедыстам? Аўтамабілем? Светлавым сігналам? Увядзіце адпаведныя абазначэнні (напрыклад, $s_{\text{п}}$ — шлях, пройдзены пешаходам). Выразіце шляхі ў адзінках СІ. За які час пераадолены дадзеныя шляхі? З якой скорасцю?



5. Выкарыстаўшы інтэрактыўную мадэль «Адноснасць руху» з раздзела «Механічны рух», прадэманструйце адноснасць траекторыі руху мяча (мал. 13).

а



б

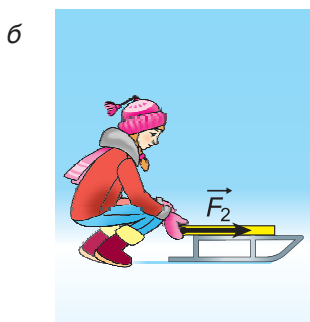
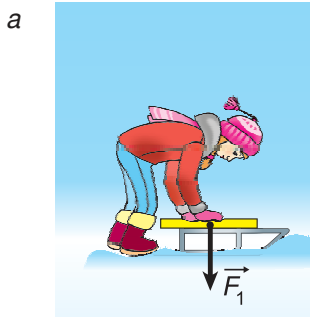


Мал. 13

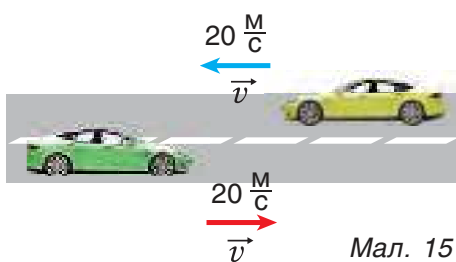


§ 3.

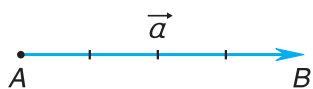
Скалярныя і вектарныя велічыні. Дзеянні над вектарамі



Мал. 14



Мал. 15



Мал. 16

У 7-м і 8-м класах мы разглядалі розныя фізічныя велічыні. Для адных велічынь дастаткова ведаць іх лікавае значэнне і адзінку вымярэння. Напрыклад, маса $m = 25$ кг, шлях $s = 10$ м. Такія велічыні называюць **скалярнымі**. Для іншых велічынь неабходна ведаць яшчэ і **напрамак**. Іх называюць **вектарнымі**. Напрыклад, вектарнай велічынёй з'яўляецца сіла. Чаму?

На малюнках 14, а і 14, б дзяўчынка дзейнічае на санкі сілай, якая мае адно і тое ж лікавае значэнне. Але ў першым выпадку санкі толькі крыху апусціліся ў снег, а ў другім — пачалі рухацца. Значыць, сіла вызначаецца не толькі лікавым значэннем, але і *напрамкам*. Сіла — вектарная велічыня.

Вектарнай велічынёй з'яўляецца і скорасць руху цел (мал. 15), і многія іншыя фізічныя велічыні.

Што трэба ведаць аб вектарных велічынях (вектарах)?

1. Вектары характарызуюцца модулем і напрамкам у прасторы.

Модулем вектара называецца яго лікавае значэнне.

Вектар паказваюць у выглядзе накіраванага адрэзка (стрэлкі). Стрэлка паказвае, куды накіраваны вектар (мал. 14, 15). Даўжыня стрэлкі характарызуе модуль вектара (мал. 16). Над літарай, якой абазначаны вектар, ставяць стрэлку, напрыклад: $\vec{F}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$.

Модуль вектара абазначаюць той жа літарай, але без стрэлкі над ёй або сімвалам $|\dots|$. Напрыклад, модуль вектара $\vec{a}$ на малюнку 16 роўны $a = |\vec{a}| = 4$.

Модуль любога (няроўнага нулю) вектара — дадатны лік.

2. Вектары роўныя паміж сабой, калі роўныя іх модулі і аднолькавыя іх напрамкі.

Роўныя вектары ляжаць на адной і той жа прамой або на паралельных прамых і накіраваны ў адзін і той жа бок. На малюнку 17 $\vec{a} = \vec{b}$, $\vec{c} = \vec{d}$. Аднак, нягледзячы на роўнасць модулей, $\vec{a} \neq \vec{c}$, паколькі ў вектараў $\vec{a}$ і $\vec{c}$ розныя напрамкі.

3. Вугал паміж вектарамі. Каб знайсці вугал φ паміж вектарамі (мал. 18, а), трэба сумясціць іх пачаткі (мал. 18, б). Калі напрамкі вектараў аднолькавыя, $\varphi = 0$ (мал. 18, в), калі процілеглыя, то $\varphi = 180^\circ$ (мал. 18, г).

4. Множанне вектара на лік. Здабытак вектара $\vec{a}$ на лік k ёсць вектар $\vec{b} = k\vec{a}$. Чаму роўны яго модуль? Куды накіраваны вектар $\vec{b}$?

- Модуль вектара $\vec{b}$ роўны $b = |k|a$.
- Калі $k > 0$, то вектар $\vec{b}$ накіраваны таксама, як вектар $\vec{a}$, а калі $k < 0$, то ў процілеглы бок.

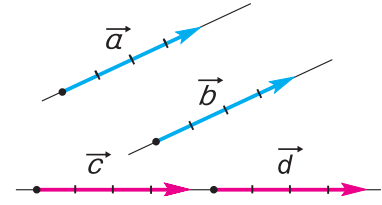
На малюнку 19 а, б, в і г паказаны вынікі множання вектара $\vec{a}$ на 2, на 0,5, на (-3) і на (-1) адпаведна.

5. Процілеглыя вектары. Вектар $\vec{d}$ называецца *процілеглым* вектару $\vec{a}$, калі $\vec{d} = -\vec{a}$. У вектараў $\vec{d}$ і $\vec{a}$ аднолькавыя модулі, але процілеглыя напрамкі (мал. 19, а, г).

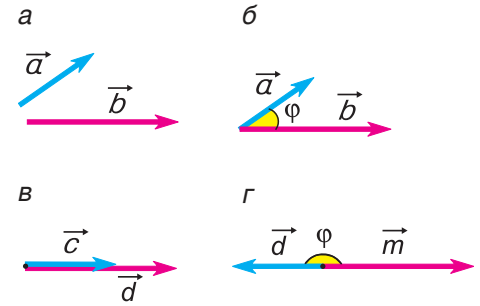
6. Складанне вектараў. У 7-м класе вы складалі сілы, накіраваныя або аднолькава, або ў процілеглыя бакі. Вынікам складання ў першым выпадку была сіла, модуль якой роўны $F_1 + F_2$, а ў другім $|F_1 - F_2|$.

Тое ж самае атрымліваецца і пры складанні вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 20). Калі яны накіраваны аднолькава (мал. 20, а), то іх сума $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ мае модуль $c = a + b$. Калі ж напрамкі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ процілеглыя (мал. 20, б), то модуль іх сумы $c = |a - b|$. Звярніце ўвагу: у апошнім выпадку вектар $\vec{c}$ накіраваны так, як вектар з большым модулем (г. зн. як вектар $\vec{a}$).

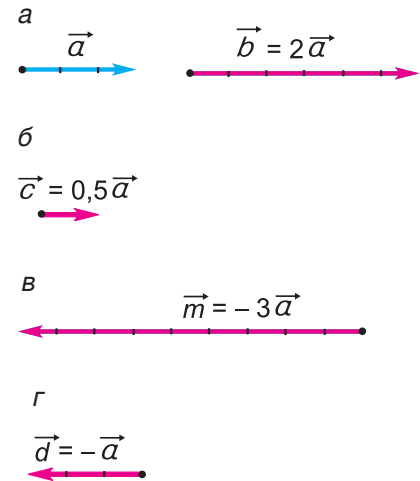
А як скласці вектары, накіраваныя пад любым вуглом адзін да аднаго? Для гэтага можна карыстацца любым з двух наступных правілаў.



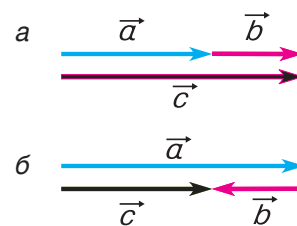
Мал. 17



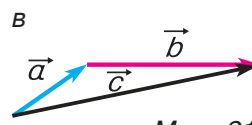
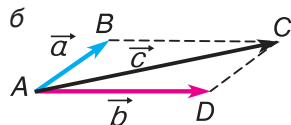
Мал. 18



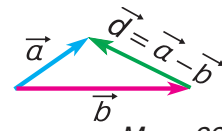
Мал. 19



Мал. 20



Мал. 21



Мал. 22

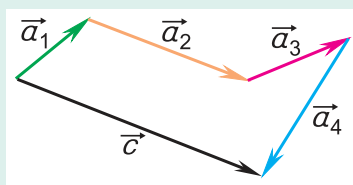
Правіла паралелаграма. Сумесцім пачаткі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 21, а), захаваўшы іх напрамкі (мал. 21, б). Пабудуем паралелаграм $ABCD$, прымаючы вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$ за яго стораны. Сума вектараў $\vec{a} + \vec{b}$ ёсць вектар $\vec{c}$, які супадае з дыяганаллю AC паралелаграма: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ (гл. мал. 21, б).

Правіла трохвугольніка. Сумесцім канец вектара $\vec{a}$ з пачаткам вектара $\vec{b}$, захаваўшы іх напрамкі (мал. 21, в). Вектар $\vec{c}$, праведзены з пачатку вектара $\vec{a}$ ў канец вектара $\vec{b}$, роўны суме $\vec{a} + \vec{b}$ (гл. мал. 21, в).

З малюнкаў 21, б і 21, в зразумела, што правіла трохвугольніка і правіла паралелаграма даюць аднолькавыя вынікі. А як знайсці рознасць вектараў?

7. Адніманне вектараў. Няхай пачаткі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ сумешчаны (мал. 22). Правядзём вектар $\vec{d}$ з канца аднімаемага вектара $\vec{b}$ у канец памяншаемага вектара $\vec{a}$. Вектар $\vec{d}$ ёсць шуканая рознасць: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$. Дакажыце з дапамогай пабудовы, што $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Такі спосаб аднімання вектараў вельмі зручны.

Для дапытлівых



Мал. 23

8. Правіла многавугольніка. Каб знайсці суму некалькіх вектараў (напрыклад, $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$, $\vec{a}_4$), кожны наступны вектар трэба будаваць з канца папярэдняга (мал. 23). Завяршальны вектар $\vec{c}$, праведзены з пачатку першага вектара $\vec{a}_1$ ў канец апошняга $\vec{a}_4$, ёсць сума дадзеных вектараў: $\vec{c} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \vec{a}_4$. **Правіла многавугольніка** вынікае з правіла трохвугольніка.

9. Модуль сумы вектараў. Не блытайце *модуль сумы* вектараў, г. зн. $|\vec{a} + \vec{b}|$, і *суму іх модуляў* $|\vec{a}| + |\vec{b}|$! Роўнасць $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ выконваецца толькі для аднолькава накіраваных вектараў (гл. мал. 20, а на с. 13). Ва ўсіх астатніх выпадках $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$, г. зн. *модуль сумы вектараў меншы за суму іх модуляў*. Так атрымліваецца таму, што ў любым трохвугольніку (гл. мал. 21, в) даўжыня адной стараны меншая за суму даўжынь дзвюх іншых старон. Праверце гэта на прыкладах.

10. Нуль-вектар. Няхай вектар $\vec{a}$ роўны вектару $\vec{b}$. Тады іх рознасць $\vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$, г. зн. нуль-вектару.

Галоўныя вывады

1. Вектарныя велічыні характарызуюцца модулем і напрамкам, скалярныя — толькі лікавым значэннем.
2. Суму двух вектараў знаходзяць па правіле паралелаграма або трохвугольніка.
3. Рознасць двух вектараў знаходзяць, праводзячы вектар з канца аднімаемага вектара ў канец памяншаемага (пры сумешчаных пачатках вектараў).
4. Рознасць вектараў $\vec{a} - \vec{b}$ можна знайсці як суму $\vec{a} + (-\vec{b})$.
5. Здабытак вектара $\vec{a}$ і ліку k ёсць вектар $\vec{b} = k\vec{a}$. Пры $k > 0$ напрамкі вектараў $\vec{b}$ і $\vec{a}$ супадаюць, а пры $k < 0$ — процілеглыя. Модуль вектара $\vec{b}$ роўны $b = |k|a$.

Кантрольныя пытанні

1. У чым адрозненне паміж вектарнымі і скалярнымі велічынямі? Прывядзіце прыклады.
2. У якім выпадку вектары $\vec{a}$ і $k\vec{a}$ накіраваны аднолькава? Накіраваны процілегла?
3. Ці можа модуль вектара $k\vec{a}$ быць меншым за модуль вектара $\vec{a}$? Пры якой умове?
4. Як скласці два аднолькава накіраваныя вектары? Два вектары процілеглых напрамкаў?
5. Як знайсці суму вектараў па правіле трохвугольніка? Паралелаграма?
6. Як знайсці рознасць двух вектараў?

Дамашняе заданне

Выражце са шчыльнай паперы пяць стрэлак рознай даўжыні: $a = 3$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см, $d = 7$ см, $e = 9$ см. Стрэлкі мадэлююць вектары. Абазначце вектары, адпаведна, як $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$.

Пакажыце на мадэлях, як складаць і аднімаць вектары.

Якімі будуць вуглы паміж вектарамі для кожнай з роўнасцей: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$, $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$, $\vec{b} - \vec{e} = \vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b} = \vec{d}$?

Якія максімальнае і мінімальнае значэнні модуля сумы і модуля рознасці для вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$? Для $\vec{c}$ і $\vec{d}$?



§ 4.

Праекцыя вектара на вось

Вы ўжо ведаеце, што вектар мае модуль і напрамак. Пры рашэнні задач часта выкарыстоўваецца паняцце **праекцыя вектара** на вось. Што такое праекцыя вектара? Як яе вызначаюць?

Пачнём з паняцця *праекцыя пункта на вось*.

Праекцыя пункта — гэта аснова перпендыкуляра, апущанага з дадзенага пункта на вось.

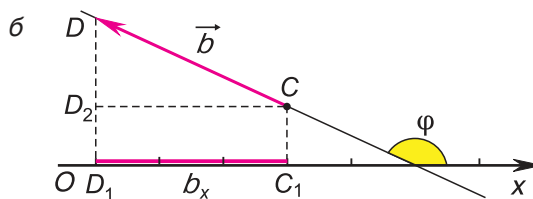
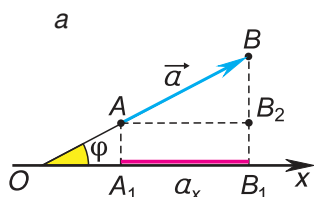
На малюнку 24 пункт M_1 — праекцыя пункта M на вось Ox , пункт N_1 — праекцыя пункта N на гэту вось.

А як вызначаюць *праекцыю вектара на вось*?

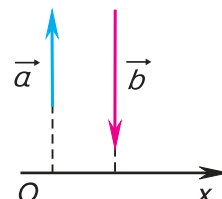
Праекцыя вектара на вось — гэта даўжыня адрэзка паміж праекцыямі пачатку і канца вектара, узятая са знакам «+» або «-». Знак «+» бяруць, калі вугал паміж вектарам і воссю востры, а знак «-» — калі вугал тупы.

Мал. 24

На малюнку 25 праекцыя вектара $\vec{a}$ на вось Ox абазначана праз a_x , а праекцыя вектара $\vec{b}$ — праз b_x .



Мал. 25



Мал. 26

Праекцыя a_x — дадатны лік, паколькі вугал φ на малюнку 25, a — востры. Праекцыя b_x — адмоўны лік ($b_x < 0$), паколькі вугал φ на малюнку 25, b — тупы.

А калі вектар перпендыкулярны восі? Тады яго праекцыя на гэту вось роўна нулю (мал. 26).

Праекцыю вектара можна выразіць праз яго модуль і вугал паміж вектарам і воссю.

Разгледзім трохвугольнік ABB_2 на малюнку 25, a . Яго гіпатэнуза $AB = a$, катэт $AB_2 = a_x$, а вугал паміж імі роўны φ . Такім чынам,

$$a_x = a \cos \varphi. \quad (1)$$

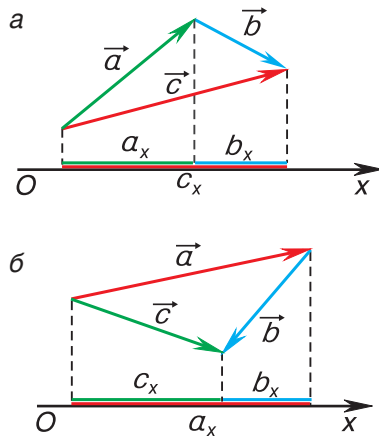
Праекцыя вектара на вось роўна модулю вектара, памножанаму на косінус вугла паміж вектарам і воссю.

Гэта правіла справядлівае пры любых вуглах α паміж вектарам і воссю. Пацвердзіце гэта з дапамогай малюнкаў 25 і 26.

Звярніце ўвагу на яшчэ адну важную ўласцівасць праекцый:

праекцыя сумы вектараў на вось роўна суме іх праекцый на гэту вось.

З дапамогай малюнкаў 27 (а, б) пераканайцеся, што з вектарнай роўнасці $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ вынікае роўнасць для праекцый: $c_x = a_x + b_x$. Не забывайцеся аб знаках праекцый.



Мал. 27

Для дапытлівых

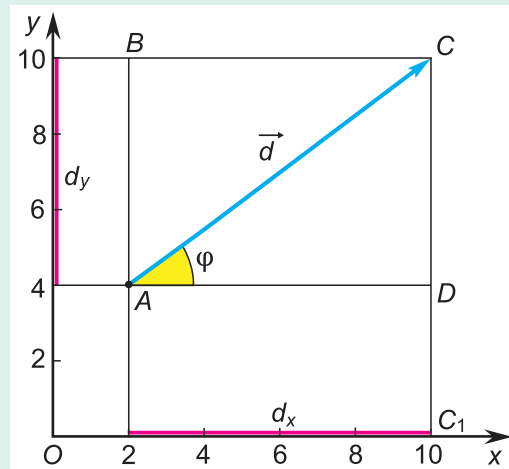
А ці можна знайсці модуль і напрамак вектара па яго праекцыях на каардынатыя восі?

Разгледзім вектар $\vec{d}$, які ляжыць у плоскасці xOy (мал. 28). Яго праекцыі на восі Ox і Oy вызначым з дапамогай малюнка: $d_x = 8$, $d_y = 6$.

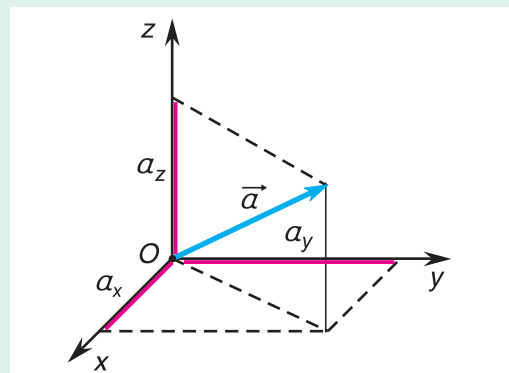
Модуль вектара $\vec{d}$ знаходзім па тэарэме Піфагора з трохвугольніка ACD : $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Падзяліўшы d_x на d , атрымваем: $\cos \varphi = \frac{d_x}{d} = 0,8$. Па значэнні косінуса знаходзім вугал $\varphi \approx 37^\circ$.

Такім чынам, вектар, які ляжыць у зададзенай плоскасці, цалкам вызначаецца дзвюма праекцыямі на восі каардынат.

Вектар у прасторы вызначаецца трыма праекцыямі: a_x , a_y , a_z (мал. 29).



Мал. 28



Мал. 29

Галоўныя вывады

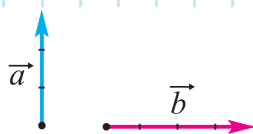
1. Праекцыя вектара на вось — гэта даўжыня адрэзка, змешчанага паміж праекцыямі пачатку і канца вектара на гэту вось, узятая са знакам «+» або «-».
2. Калі вугал паміж вектарам і воссю востры, то яго праекцыя на гэту вось дадатная, калі вугал тупы — адмоўная, калі прамы — роўна нулю.
3. Праекцыя вектара на вось роўна здабытку яго модуля і косінуса вугла паміж вектарам і воссю.
4. Праекцыя сумы вектараў на вось роўна суме іх праекцый на гэту вось.

? Кантрольныя пытанні

1. Што такое праекцыя пункта на вось? Праекцыя вектара на вось?
2. Калі праекцыя вектара на вось: а) роўна нулю; б) дадатная; в) адмоўная?
3. Як знайсці праекцыю вектара на вось, ведаючы яго модуль і вугал паміж вектарам і воссю?
4. Ці роўна праекцыя рознасці двух вектараў на вось рознасці праекцый гэтых вектараў на тую ж вось? Патлумачце адказ з дапамогай чарцяжа.



Прыклады рашэння задач

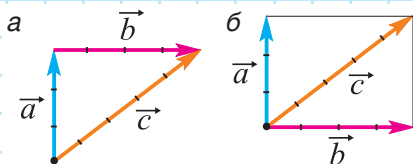


Мал. 30

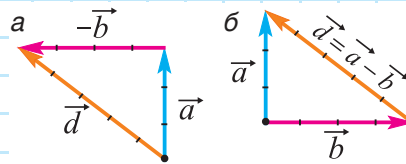
1. Вызначыце суму і рознасць узаемна перпендыкулярных вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (мал. 30). Знайдзіце модулі вектараў сумы $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ і рознасці $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

Рашэнне

Суму вектараў $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ знаходзім па правіле трохвугольніка (мал. 31, а) або паралелаграма (мал. 31, б). Паколькі вектары $\vec{a}$ і $\vec{b}$ узаемна перпендыкулярныя, модуль вектара $\vec{c}$ знаходзім па тэарэме Піфагора: $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Рознасць вектараў $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ вызначаем па правілах аднімання вектараў (мал. 32, а, б).



Мал. 31



Мал. 32

Модуль вектара $\vec{d}$ знаходзім аналагічна:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Адказ: $c = 5$; $d = 5$.

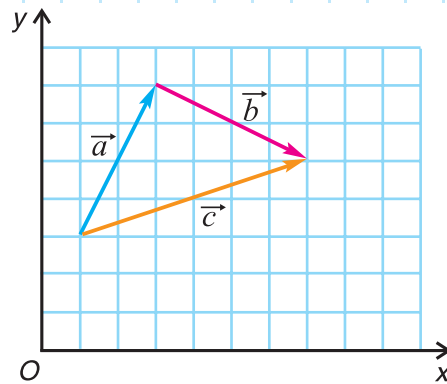
2. Выразіце вектар $\vec{a}$ праз вектары $\vec{b}$ і $\vec{c}$ (мал. 33). Як звязаны паміж сабой праекцыі гэтых вектараў на восі Ox і Oy ?

Рашэнне

Па правіле трохвугольніка знаходзім: $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Адсюль $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$. Вызначыўшы каардынаты x і y пачатковых і канечных пунктаў вектараў $\vec{a}$, $\vec{b}$ і $\vec{c}$, знаходзім праекцыі гэтых вектараў: $a_x = 2$, $a_y = 4$, $b_x = 4$, $b_y = -2$, $c_x = 6$, $c_y = 2$.

Вылічэннем пераканаемся, што праекцыі вектараў звязаны тымі ж роўнасцямі, што і самі вектары: $a_x = c_x - b_x$, $a_y = c_y - b_y$.

Адказ: $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$, $a_x = c_x - b_x$, $a_y = c_y - b_y$.



Мал. 33

Практыкаванне 2

1. Пабудуйце вектары $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ і $\vec{b} - \vec{a}$ для кожнай пары вектараў $\vec{a}$ і $\vec{b}$, паказаных на малюнку 34, a , b , v .

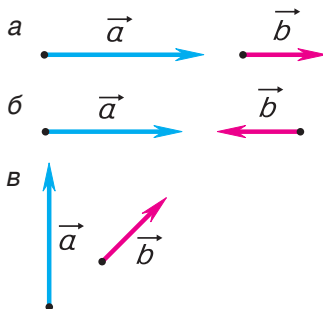
2. Модуль вектара $\vec{a}$ роўны 4. Пабудуйце вектары: $2\vec{a}$; $0,2\vec{a}$; $-3\vec{a}$; $-\frac{\vec{a}}{4}$.

3. Знайдзіце праекцыі вектараў (мал. 35) на каардынатыя восі Ox і Oy .

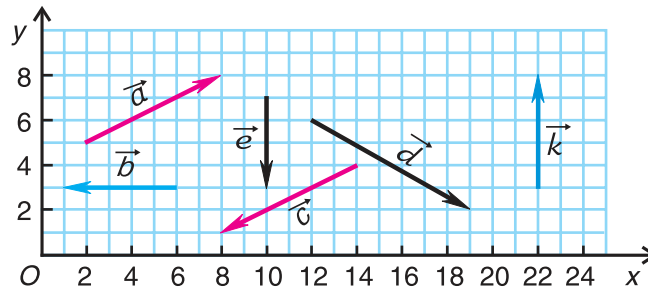
4. Пры якім значэнні вугла паміж вектарам і восью яго праекцыя будзе: а) максімальнай; б) роўнай палавіне модуля вектара?

5. Вектар $\vec{a}$ перпендыкулярны вектару $\vec{b}$. Модулі $a = b = 4$. Пабудуйце суму вектараў $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}$ і рознасць $\alpha\vec{a} - \beta\vec{b}$, калі: 1) $\alpha = 2$, $\beta = 4$; 2) $\alpha = -2$, $\beta = 0,5$.

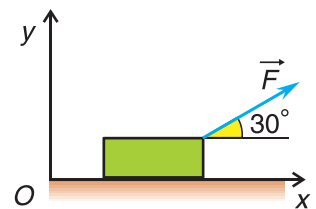
6. Сіла $\vec{F}$, прыкладзеная да цела, накіравана пад вуглом $\alpha = 30^\circ$ да гарызантальнай паверхні (мал. 36). Модуль гэтай сілы $F = 60$ Н. Знайдзіце праекцыі сілы $\vec{F}$ на восі Ox і Oy .



Мал. 34



Мал. 35



Мал. 36

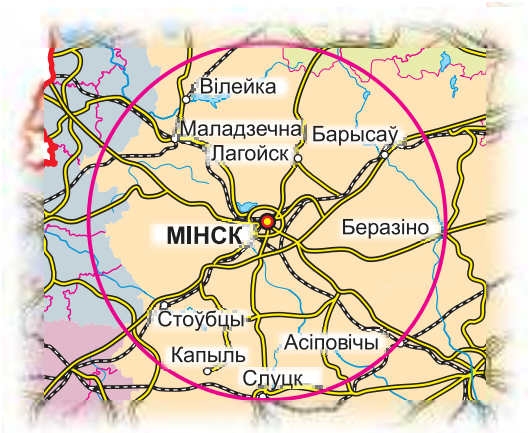


§ 5.

Шлях і перамяшчэнне

Аўтобус адправіўся з Мінска ў 9 гадзін раніцы. Ці можна вызначыць, дзе знаходзіўся аўтобус у 11 гадзін, калі вядома, што ён пераадолеў шлях $s = 100$ км?

Вядома, не. Зразумела толькі, што ў 11 гадзін ён знаходзіўся ў месцы, аддаленым ад Мінска не больш чым на 100 км (г. зн. унутры акружнасці, паказанай на малюнку 37). Не выключана, што да 11 гадзін аўтобус вярнуўся ў Мінск. Значыць, для вызначэння канечнага становішча цела недастаткова ведаць яго пачатковае становішча і пройдзены ім шлях.



Мал. 37

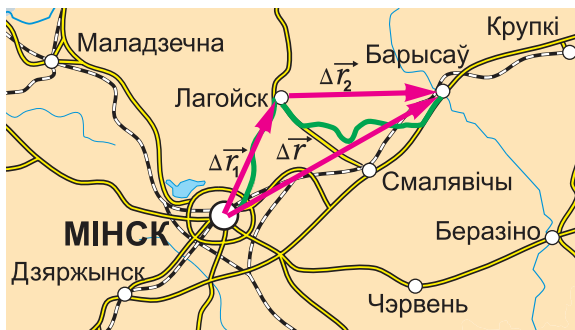
Мы знайшлі б месцазнаходжанне аўтобуса ў 11 гадзін, калі б ведалі траекторыю яго руху (зялёная лінія на малюнку 38). Адлічыўшы 100 км ад пачатковага пункта маршрута ўздоўж траекторыі, знойдзем, што ў 11 гадзін аўтобус прыбыў у Барысаў.

А можна зрабіць інакш. Канечнае становішча аўтобуса можна вызначыць, ведаючы яго пачатковае становішча і ўсяго адну вектарную велічыню, называемую *перамяшчэннем*.

Перамяшчэнне — гэта вектар, які злучае пачатковае становішча цела з яго канцавым становішчам (для дадзенага прамежку часу).

Абазначым перамяшчэнне сімвалам $\Delta \vec{r}$. На малюнку 38 вектар $\Delta \vec{r}_1$ — гэта перамяшчэнне аўтобуса з Мінска ў Лагойск, вектар $\Delta \vec{r}_2$ — з Лагойска ў Барысаў, а вектар $\Delta \vec{r}$ — з Мінска ў Барысаў.

Цяпер, нават не ведаючы траекторыі, па пачатковым пункце і перамяшчэнні мы можам знайсці канцавы пункт для кожнага з участкаў руху аўтобуса і для ўсяго маршрута ў цэлым.



Мал. 38

Ці можна параўноўваць шлях s , пройдзены цэлам, з яго перамяшчэннем $\Delta \vec{r}$? Нельга, паколькі шлях s — скаляр, а перамяшчэнне $\Delta \vec{r}$ — вектар.

Параўноўваць шлях s можна з модулем перамяшчэння Δr , які з'яўляецца скалярнай велічынёй. Ці роўны шлях модулю перамяшчэння?

У разглядаемым прыкладзе шлях, пройдзены аўтобусам за дзве гадзіны, $s = 100$ км. Ён роўны *даўжыні траекторыі* руху аўтобуса ад Мінска праз Лагойск да Барысава (гл. мал. 38). А *модуль перамяшчэння* аўтобуса за гэты час роўны *адлегласці* ад Мінска да Барысава: $\Delta r = 70$ км. Шлях аўтобуса большы за модуль яго перамяшчэння: $s > \Delta r$.

Пройдзены шлях быў бы роўны модулю перамяшчэння, калі б аўтобус увесь час рухаўся па прамой, не змяняючы напрамку руху.

Такім чынам, *шлях заўсёды не меншы за модуль перамяшчэння*:

$$s \geq \Delta r.$$

Як складаюцца паміж сабой шляхі і як — перамяшчэнні? З малюнка 38 знаходзім:

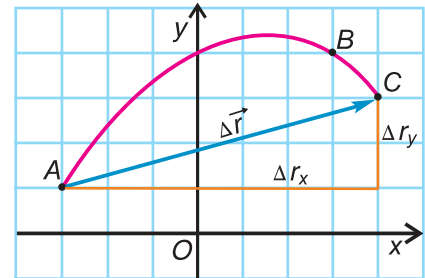
$$s_1 + s_2 = s, \quad \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 = \Delta \vec{r}.$$

Пройдзеныя шляхі складаюць арыфметычна, а перамяшчэнні — па правілах складання вектараў.

Ці роўны пры гэтым модуль Δr суме модуляў $\Delta r_1 + \Delta r_2$? Адкажыце самастойна.

У § 2 мы высветлілі, што шлях і траекторыя адносныя. Пакажыце на прыкладах, што перамяшчэнне таксама адноснае, г. зн. залежыць ад выбару сістэмы адліку.

Пры рашэнні задач важна ўмець знаходзіць праекцыі перамяшчэння. Звернемся да прыкладу 2 з § 2 (гл. мал. 10, с. 10). Пабудуем вектар перамяшчэння кавалка крэйдзі па школьнай дошцы з пункта А ў пункт С (мал. 39). На малюнку бачна, што праекцыі вектара $\Delta \vec{r}$ на каардынатыныя восі Ox і Oy роўны *рознасці каардынат канца і пачатку гэтага вектара*:



$$\Delta r_x = x_C - x_A = \Delta x; \quad \Delta r_y = y_C - y_A = \Delta y. \quad (1) \quad \text{Мал. 39}$$

Галоўныя вывады

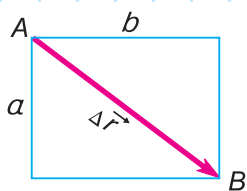
1. Шлях — гэта даўжыня ўчастка траекторыі, пройдзенага цэлам за дадзены прамежак часу. Шлях — дадатная скалярная велічыня.
2. Перамяшчэнне цэла — гэта вектар, які злучае пачатковае становішча цэла з яго канцавым становішчам (для дадзенага прамежку часу).
3. Шлях не меншы за модуль перамяшчэння цэла за той жа час.
4. Пройдзеныя шляхі складаюцца арыфметычна, а перамяшчэнні — па правілах складання вектараў.

? Кантрольныя пытанні

1. Што такое шлях? Перамяшчэнне? Чым яны адрозніваюцца адно ад аднаго?
2. Ці можа перамяшчэнне быць роўным нулю, калі шлях не роўны нулю? Прывядзіце прыклады.
3. Ці можа шлях быць роўным нулю, калі перамяшчэнне не роўна нулю?
4. Чаму шлях нельга параўноўваць з перамяшчэннем, а можна параўноўваць толькі з яго модулем?
5. У якім выпадку шлях роўны модулю перамяшчэння?
6. Ці залежыць перамяшчэнне цэла ад выбару сістэмы адліку? Адказ пацвердзіце з дапамогай інтэрактыўнай мадэлі.



Прыклад рашэння задачы



Мал. 40

Канькабежац перасек прамавугольную лядовую пляцоўку па дыяганалі AB , а пешаход прайшоў з пункта A ў пункт B па краі пляцоўкі (мал. 40). Памеры пляцоўкі 60×80 м. Вызначыце модулі перамяшчэння канькабежца і пешахода і шляхі, пройдзеныя імі.

Дадзена:

$$a = 60 \text{ м}$$

$$b = 80 \text{ м}$$

$$\Delta r_1 — ?$$

$$\Delta r_2 — ?$$

$$s_1 — ?$$

$$s_2 — ?$$

Рашэнне

З малюнка 40 бачна, што перамяшчэнне пешахода і канькабежца аднолькавае. Модуль перамяшчэння:

$$\Delta r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{3600 \text{ м}^2 + 6400 \text{ м}^2} = 100 \text{ м}.$$

Шлях канькабежца: $s_1 = \Delta r = 100 \text{ м}.$

Шлях пешахода:

$$s_2 = a + b = 60 \text{ м} + 80 \text{ м} = 140 \text{ м}.$$

Адказ: $\Delta r_1 = \Delta r_2 = \Delta r = 100 \text{ м}; s_1 = 100 \text{ м}, s_2 = 140 \text{ м}.$

Практыкаванне 3

1. Што паказвае лічылнік прабегу аўтамабіля — значэнне шляху або модуль перамяшчэння? Чаму?

2. Таксі выканала рэйс па маршруце Мінск — Чэрвень — Беразіно. Пакажыце ў сшытку перамяшчэнні таксі на ўчастках Мінск — Чэрвень ($\Delta \vec{r}_{\text{МЧ}}$), Чэрвень — Беразіно ($\Delta \vec{r}_{\text{ЧБ}}$) і Мінск — Беразіно ($\Delta \vec{r}_{\text{МБ}}$). Пераканайцеся, што $\Delta \vec{r}_{\text{МБ}} = \Delta \vec{r}_{\text{МЧ}} + \Delta \vec{r}_{\text{ЧБ}}$. Выкарыстаўшы малюнак 38 (с. 20) і лікавыя даныя, прыведзеныя ў тэксце параграфа, знайдзіце модулі гэтых перамяшчэнняў. Параўнайце суму модуляў перамяшчэнняў $\Delta r_{\text{МЧ}} + \Delta r_{\text{ЧБ}}$ з модулем $\Delta r_{\text{МБ}}$.

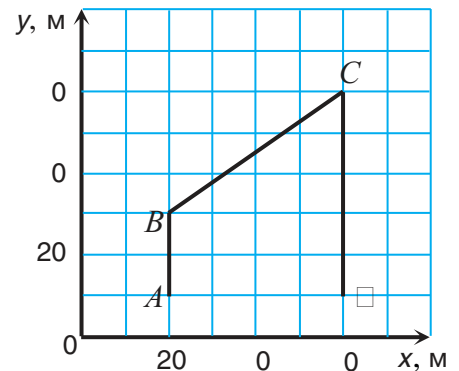
3. Спартсмен на трэніроўцы прабегае $N = 6,5$ круга радыусам $R = 50$ м. Які шлях пераадолеў спартсмен? Чаму роўны модуль яго перамяшчэння?

4. Раніцай са школьнага двара рабяты адправіліся ў турыстычны паход. Вечарам яны паведамілі, што прайшлі шлях $s = 17$ км. Ці можна па гэтых даных вызначыць канцавы пункт іх маршруту? Якія яшчэ даныя неабходны для гэтага?

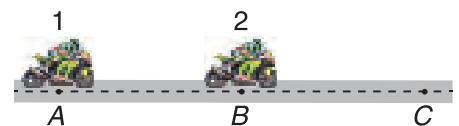
5. Будаўнічы кран падняў груз на вышыню $h = 12$ м. Адначасова кран перамясціўся па гарызанталі на адлегласць $l = 5$ м. Пакажыце відарыс вектара $\Delta \vec{r}$, які вызначае перамяшчэнне груза. Запішыце яго ў выглядзе сумы перамяшчэнняў груза па вертыкалі $\Delta \vec{r}_1$ і па гарызанталі $\Delta \vec{r}_2$. Знайдзіце праекцыі перамяшчэння груза $\Delta \vec{r}$ на вертыкальную і гарызантальную восі і модуль перамяшчэння.

6. Вызначыце шлях і модуль перамяшчэння канца гадзіннікавай стрэлкі гадзінніка ў вашай кватэры (у вашым доме) за прамежкі часу $\Delta t_1 = 3,0$ г; $\Delta t_2 = 6,0$ г; $\Delta t_3 = 12$ г; $\Delta t_4 = 24$ г. Рашэнне пацвердзіце малюнкам. Даўжыню гадзіннікавай стрэлкі змерце самі.

7. На малюнку 41 паказана траекторыя $ABCD$ руху футбаліста па полі. Вызначыце каардынаты футбаліста ў пачатку і ў канцы руху, пройдзены ім шлях і модуль перамяшчэння.



Мал. 41



Мал. 42

8. З пунктаў A і B (мал. 42) гоначай траасы адначасова выязджаюць два матацыклісты (1, 2). У пункце C кожны з іх разварочваецца. Чаму роўны модуль перамяшчэння другога матацыкліста да моманту, калі першы акажацца ў пункце C , а $AB = BC$? Модулі скарасцей матацыклістаў на ўчастках руху лічыць пастаяннымі і роўнымі адзін аднаму. Час развароту можна не ўлічваць.

→ Дамашняе заданне

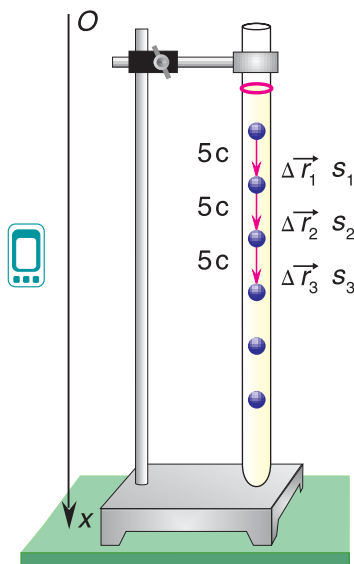
Намалюйце ў сшытку ў пэўным маштабе прыкладную траекторыю свайго руху ад дома да школы. Разбіце траекторыю на ўчасткі. Для кожнага з іх пазначце пройдзеныя шляхі і пакажыце вектары перамяшчэння. Знайдзіце суадносіны, якія звязваюць: а) вектары перамяшчэння на ўчастках з вектарам перамяшчэння ад дома да школы; б) модулі гэтых перамяшчэнняў; в) шляхі з адпаведнымі модулямі перамяшчэнняў; г) шляхі на ўчастках са шляхам ад дома да школы. Зрабіце вывады.



§ 6.

Раўнамерны прамалінейны рух Скорасць

У 7-м класе вы вивучалі раўнамерны прамалінейны рух, пазнаёміліся з паняццем «скорасць». Скалярнай ці вектарнай велічынёй з'яўляецца скорасць? Якія заканамернасці раўнамернага прамалінейнага руху?



Мал. 43

Вы ведаеце, што рух, пры якім за любыя роўныя прамежкі часу цела праходзіць аднолькавыя шляхі, называецца **раўнамерным**. У якім выпадку аднолькавымі будуць не толькі шляхі, але і перамяшчэнні?

Правядзём дослед. Прасочым за падзеннем металічнага шарыка ў вертыкальнай трубе, запоўненай вязкай вадкасцю (напрыклад, густым цукровым сіропам) (мал. 43). Будзем адзначаць становішча шарыка праз роўныя прамежкі часу. Дослед паказвае, што за роўныя прамежкі часу, напрыклад за $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \dots = 5 \text{ с}$, шарык праходзіць роўныя шляхі $s_1 = s_2 = s_3 = \dots$ і выконвае аднолькавыя перамяшчэнні $\Delta \vec{r}_1 = \Delta \vec{r}_2 = \Delta \vec{r}_3 = \dots$. Паменшым прамежкі часу. У столькі ж разоў паменшацца перамяшчэнні шарыка і пройдзеныя шляхі, але па-ранейшаму за роўныя прамежкі часу яны будуць роўнымі.

Зробім вывад. Пры раўнамерным прамалінейным руху цела за любыя роўныя прамежкі часу выконвае аднолькавыя перамяшчэнні і праходзіць аднолькавыя шляхі.

У 7-м класе вы знаходзілі скорасць раўнамернага руху цела як адносіну шляху да прамежку часу, за які шлях пройдзены: $v = \frac{s}{\Delta t}$. Гэта адносіна паказвае, наколькі хутка рухаецца цела, але нічога не гаворыць аб напрамку руху. Каб скорасць характарызавала і хуткасць руху, і яго напрамак, яе вызначаюць праз перамяшчэнне.

Скорасць раўнамернага прамалінейнага руху — гэта велічыня, роўная адносіне перамяшчэння да прамежку часу, за які яно выканана:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$

З роўнасці (1) вынікае, што скорасць $\vec{v}$ — **вектарная фізічная велічыня**. Яе модуль лікава роўны модулю перамяшчэння за адзінку часу, а напрамак супадае з напрамкам перамяшчэння (паколькі $\Delta t > 0$).

Адносіна $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ для ўсіх участкаў руху на малюнку 43 аднолькавая:
 $\frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta \vec{r}_3}{\Delta t_3} = \dots$. Значыць, **скорасць $\vec{v}$ раўнамернага прамалінейнага руху пастаянная**: з цягам часу не змяняецца ні яе модуль, ні яе напрамак.

З формулы (1) лёгка знайсці перамяшчэнне:

$$\Delta \vec{r} = \vec{v} \Delta t \quad (2)$$

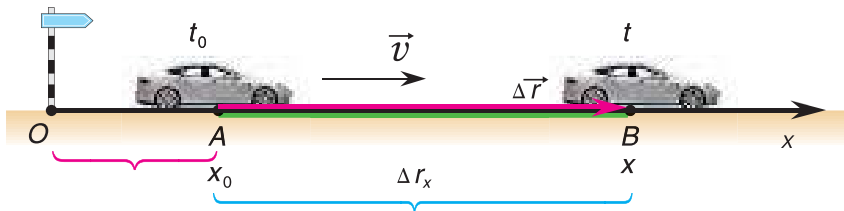
і шлях s (роўны модулю перамяшчэння Δr):

$$s = v \Delta t. \quad (3)$$

А як вызначыць становішча цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна, у любы момант часу t ? Разгледзім прыклад. Аўтамабіль рухаецца з пастаяннай скорасцю па прамалінейным участку шашы (мал. 44).

Аўтамабіль разглядаем як матэрыяльны пункт. З формулы (2) знаходзім праекцыю перамяшчэння аўтамабіля на вось Ox :

$$\Delta r_x = v_x \Delta t. \quad (4)$$



Мал. 44

Згодна з малюнкам 44 за час $\Delta t = t - t_0$ аўтамабіль выканаў перамяшчэнне $\Delta r_x = x - x_0$. Падставіўшы Δr_x і Δt у роўнасць (4), атрымаем: $x - x_0 = v_x(t - t_0)$.

Прыняўшы $t_0 = 0$, запішам формулу для каардынаты аўтамабіля:

$$x = x_0 + v_x t. \quad (5)$$

Каардыната цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна, лінейна залежыць ад часу.

Залежнасць каардынаты цела, якое рухаецца, ад часу называецца *кінематычным законам руху*. Формула (5) выражае кінематычны закон *раўнамернага прамалінейнага руху*.

Для вымярэння скорасці выкарыстоўваюць спецыяльныя прыборы. У аўтамабілях ёсць спідометр (мал. 45), на самалётах — паказальнік скорасці. Рэхалакатары



Мал. 45



вымяраюць скорасць цел, якія рухаюцца пад вадой, а радыёлакатары (радары) — у паветры і на зямлі. Супрацоўнікі службы дарожнага руху пры дапамозе партатыўнага радара з відэакамерай (мал. 46) рэгіструюць скорасць транспартных сродкаў.

Мал. 46

▼ Для дапытлівых



Мал. 47



Мал. 48

Скорасці руху могуць значна адрознівацца! За адну секунду чарапаха можа пераадолець некалькі сантыметраў, чалавек — да 10 м, гепард — да 30 м, гоначны аўтамабіль — каля 100 м.

Каля 8 км за 1 с пралятае па арбіце спадарожнік Зямлі (мал. 47). Але нават скорасці касмічных караблёў — «чарапахавыя» ў параўнанні са скорасцю мікрачасціц у паскаральніках. У сучасным паскаральніку (мал. 48) электрон за 1 с пралятае амаль 300 000 км!

■ Галоўныя вывады

1. Пры раўнамерным прамалінейным руху за любыя роўныя прамежкі часу цела выконвае аднолькавыя перамяшчэнні.
2. Скорасць раўнамернага прамалінейнага руху пастаянная: з цягам часу не змяняецца ні яе модуль, ні яе напрамак.
3. Пры раўнамерным прамалінейным руху цела модуль перамяшчэння роўны шляху, пераадоленаму за той жа прамежак часу.
4. Каардыната цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна, лінейна залежыць ад часу.

? Кантрольныя пытанні

1. Што выражае скорасць раўнамернага прамалінейнага руху?
2. Як накіравана скорасць пры раўнамерным прамалінейным руху?
3. У якім выпадку праекцыя скорасці руху будзе адмоўнай?
4. Як залежыць каардыната цела ад часу пры раўнамерным прамалінейным руху? Якой будзе гэта залежнасць, калі пачатковае становішча цела супадае з пачаткам каардынат?
5. Якія з характарыстык руху — шлях, скорасць, перамяшчэнне, каардыната — з'яўляюцца вектарнымі?



Прыклад рашэння задачы

Кінематычны закон прамалінейнага руху лодкі па возеры ўздоўж восі Ox зададзены ўраўненнем $x = A + Bt$, дзе $A = 100$ м, $B = 7,2 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вывядзіце: 1) праекцыю скорасці лодкі v_x ; 2) каардынату лодкі x_1 у момант часу $t_1 = 1,5$ мін; 3) праекцыю перамяшчэння Δr_x лодкі на вось Ox і шлях, пройдзены лодкай за час ад моманту t_1 да моманту $t_2 = 3,5$ мін.

Дадзена:

$$x = A + Bt$$

$$A = 100 \text{ м}$$

$$B = 7,2 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t_1 = 1,5 \text{ мін} = 90 \text{ с}$$

$$t_2 = 3,5 \text{ мін} = 210 \text{ с}$$

$$v_x = ?$$

$$x_1 = ?$$

$$\Delta r_x = ?$$

$$s = ?$$

Рашэнне

Зробім малюнак да задачы.



Па ўмове задачы каардыната лодкі лінейна залежыць ад часу. Значыць, лодка рухаецца раўнамерна. Параўнаўшы $x = A + Bt$ і $x = x_0 + v_x t$, атрымаем $x_0 = A = 100$ м, $v_x = B = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$$\text{Знойдзем } x_1 = x_0 + v_x t_1 = 100 \text{ м} + 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 90 \text{ с} = 280 \text{ м}.$$

З малюнка 49: праекцыя перамяшчэння $\Delta r_x = x_2 - x_1 = v_x(t_2 - t_1) = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot (210 \text{ с} - 90 \text{ с}) = 240 \text{ м}$; шлях $s = \Delta r_x = 240 \text{ м}$.

$$\text{Адказ: } v_x = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad x_1 = 280 \text{ м}; \quad \Delta r_x = s = 240 \text{ м}.$$

Практыкаванне 4

1. Электрапоезд, які рухаецца раўнамерна, за час $t = 5,0$ мін прайшоў шлях $s = 6,0$ км. Знайдзіце скорасць руху электрапоезда.

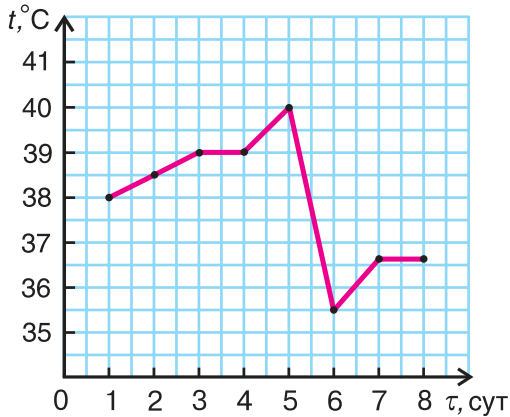
2. На прамалінейным участку дарогі насустрач адзін аднаму рухаліся легкавы аўтамабіль са скорасцю $\vec{v}_1$ і матацыкл са скорасцю $\vec{v}_2$. На пераездзе яны сустрэліся і прадоўжылі раўнамерны рух. На якой адлегласці ад пераезда і адзін ад аднаго знаходзіліся аўтамабіль і матацыкл праз час $t = 0,50$ г пасля сустрэчы, калі $v_1 = 90 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

3. На працягу адной гадзіны самалёт ляцеў прамалінейна. Кінематычны закон яго руху мае выгляд: $x = A + Bt$, дзе $A = 5,0$ км, $B = 720 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вывядзіце скорасць самалёта, яго пачатковую і канечную каардынаты. Знайдзіце шлях і перамяшчэнне самалёта за час $t = 20,0$ мін палёту. Рашэнне патлумачце малюнкам.



§ 7.

Графічны паказ раўнамернага прамалінейнага руху



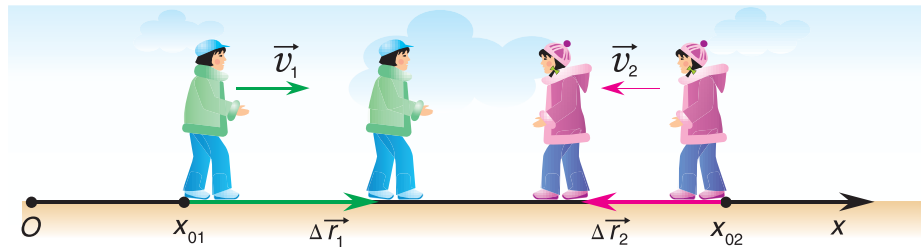
Мал. 50

Залежнасці паміж рознымі велічынямі можна наглядна паказаць з дапамогай графікаў. Выкарыстанне графікаў палягчае рашэнне навуковых, практычных задач і нават бытавых праблем.

Напрыклад, па графіку залежнасці тэмпературы пацыента ад часу (мал. 50) бачна, што на 5-я суткі тэмпература дасягнула свайго максімуму, затым рэзка ўпала, а яшчэ праз суткі стала набліжацца да нормы. Графік дае нагляднае ўяўленне аб тым, як працякала хвароба.

У фізіцы роля графікаў надзвычай вялікая. Уменне будаваць і чытаць графікі дапамагае больш хутка і глыбока зразумець фізічныя з'явы.

Разгледзім просты прыклад з кінематыкі. Лёша і Таня ідуць на сустрэчу адно аднаму (мал. 51). Яны рухаюцца раўнамерна і прамалінейна. Модуль скорасці Лёшы $v_1 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, Тані $v_2 = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Як паказаць графічна характарыстыкі іх руху?



Мал. 51

Выберам каардынатную вось Ox і зададзім пачатковыя становішчы ўдзельнікаў руху (гл. мал. 51). Няхай пры $t_0 = 0$ каардыната Лёшы $x_{01} = 1,8$ м, Тані $x_{02} = 6,0$ м.

Пабудуем графікі залежнасці праекцыі скорасці v_x , праекцыі перамяшчэння Δr_x , шляху s і каардынаты x ад часу t .

1. Графік праекцыі скорасці. Згодна з умовай і малюнкам 52 для праекцый скорасці руху Тані і Лёшы на вось Ox атрымаем: $v_{1x} = v_1 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_{2x} = -v_2 = -1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Паколькі праекцыі v_{1x} і v_{2x} пастаянныя, то графікі іх залежнасці ад часу t — прамыя, паралельныя восі часу (прамыя I і II на малюнку 52).

Графікі паказваюць: **праекцыя скорасці пры раўнамерным прамалінейным руху з цягам часу не змяняецца.**

2. Графік праекцыі перамяшчэння. Праекцыя перамяшчэння Δr_x , выкананага за час t , вызначаецца формулай $\Delta r_x = v_x t$ (гл. § 6, с. 25).

Залежнасць праекцыі перамяшчэння ад часу для Лёшы $\Delta r_{1x} = v_{1x} t$, або $\Delta r_{1x} = 2t$. Графік Δr_{1x} — нахіленая прамая I (мал. 53).

Для Тані $\Delta r_{2x} = v_{2x} t$, або $\Delta r_{2x} = -1,5t$. Графік Δr_{2x} — нахіленая прамая II, паказаная на малюнку 53.

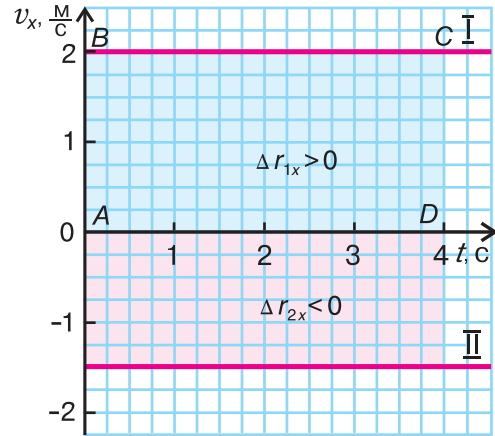
З графікаў і формул вынікае, што пры раўнамерным прамалінейным руху праекцыя перамяшчэння прама прапарцыянальна часу.

3. Графік шляху. Шлях — велічыня дадатная пры любым руху цела. Пры раўнамерным прамалінейным руху шлях роўны модулю перамяшчэння: $s = \Delta r = vt$. Таму пры $v_x > 0$ графік шляху супадае з графікам праекцыі перамяшчэння (прамая I), а пры $v_x < 0$ графік шляху (прамая III) з'яўляецца «люстраным адбіткам» графіка II (праекцыі перамяшчэння) ад восі часу.

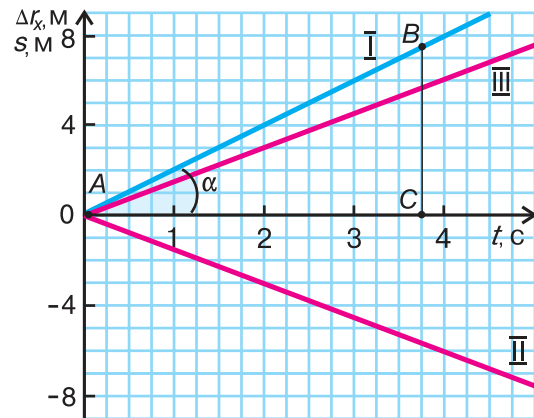
Графікі шляху паказваюць: **пры раўнамерным прамалінейным руху пройдзены шлях прама прапарцыянальны часу.**

4. Графік каардынаты. Яго называюць таксама *графікам руху*.

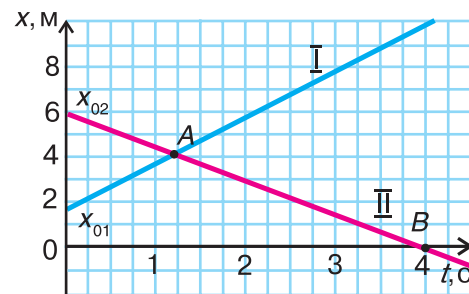
Па формуле $x = x_0 + v_x t$ (§ 6, с. 25), выкарыстоўваючы даныя з умовы задачы і малюнак 51, знаходзім залежнасці каардынаты x_1 Лёшы і x_2 Тані ад часу t : $x_1 = 1,8 + 2t$; $x_2 = 6,0 - 1,5t$. Графікі гэтых залежнасцей — прамыя I і II на малюнку 54. Яны паралельныя адпаведным графікам праекцый перамяшчэння на малюнку 53.



Мал. 52



Мал. 53



Мал. 54

Графікі руху паказваюць: пры раўнамерным прамалінейным руху каардыната цела лінейна залежыць ад часу.

Па пункце перасячэння графікаў I і II (пункце А, мал. 54) лёгка знайсці момант і каардынату месца сустрэчы Лёшы і Тані. Вызначыце іх самастойна.

Што яшчэ можна вызначыць па графіках?

1. Па графіку праекцыі скорасці можна знайсці праекцыю перамяшчэння і пройдзены шлях.

Разгледзім прамавугольнік $ABCD$ на малюнку 52 (с. 29). Яго вышыня лікава роўна v_x , а аснова — часу t . Значыць, плошча прамавугольніка роўна $v_x t = \Delta r_x$. Такім чынам, *праекцыя перамяшчэння лікава роўна плошчы прамавугольніка паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу*. Пры $v_x < 0$ праекцыя перамяшчэння адмоўная, і плошчу трэба браць са знакам «-».

Дакажыце самастойна, што *плошча паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу лікава роўна пройдзенаму шляху*.

2. Па вугле нахілу графіка праекцыі перамяшчэння можна ацаніць скорасць руху.

Разгледзім трохвугольнік ABC на малюнку 53 (с. 29). Чым большы вугал нахілу α графіка праекцыі перамяшчэння, тым большая скорасць цела. Растлумачце гэта самастойна.

■ Галоўныя вывады

Для раўнамернага прамалінейнага руху:

1. Графік праекцыі скорасці — прамая, паралельная восі часу.
2. Графікі праекцыі перамяшчэння і каардынаты — прамыя, нахіл якіх да восі часу вызначаецца скорасцю руху.
3. Плошча фігуры паміж графікам праекцыі скорасці і воссю часу вызначае праекцыю перамяшчэння.

? Кантрольныя пытанні

1. Што ўяўляюць сабой графікі праекцыі скорасці, праекцыі перамяшчэння і шляху для раўнамернага прамалінейнага руху?
2. Які графік называецца графікам руху? Чым ён адрозніваецца ад графіка праекцыі перамяшчэння?
3. Ці можна па графіку праекцыі скорасці знайсці праекцыю перамяшчэння? Каардынату?
4. Як па графіку праекцыі перамяшчэння знайсці праекцыю скорасці?





Прыклад рашэння задачы

Матацыкліст едзе з горада па прамалінейным участку шашы з пастаяннай скорасцю $\vec{v}_1$. Праз час $t_1 = 20$ с пасля праезду скрыжавання ён сустракае веласіпедыста, які едзе ў горад і рухаецца раўнамерна са скорасцю $\vec{v}_2$. Вызначыце адлегласць паміж удзельнікамі руху праз час $t_2 = 10$ с пасля іх сустрэчы, калі $v_1 = 54 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $v_2 = 36 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Запішыце кінематычныя законы руху матацыкліста і веласіпедыста, пабудуйце графікі праекцыі і модуля скорасці, праекцыі перамяшчэння, каардынаты і шляху абодвух удзельнікаў руху.

Дадзена:

$$v_1 = 54 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 36 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t_1 = 20 \text{ с}$$

$$t_2 = 10 \text{ с}$$

$$l = ?$$

Рашэнне

Пакажам каардынатную вось Ox , уздоўж якой ідзе рух (мал. 55). За пачатак каардынаты O прыем скрыжаванне.



Мал. 55

У пачатковы момант часу матацыкліст знаходзіўся на скрыжаванні, а веласіпедыст — у пункце B . Значыць, кінематычны закон руху матацыкліста мае выгляд:

$$x_1 = v_1 t = 15t.$$

Знойдзем каардынату x_{02} веласіпедыста ў пачатковы момант часу. Няхай пункт C на восі Ox — месца сустрэчы ўдзельнікаў руху (мал. 55). Тады

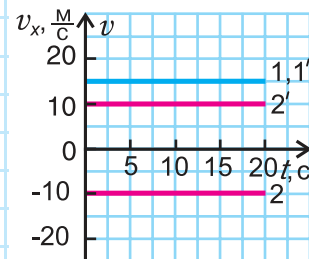
$$x_{02} = OC + CB = v_1 t_1 + v_2 t_1 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20 \text{ с} + 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 20 \text{ с} = 500 \text{ м}.$$

Кінематычны закон руху веласіпедыста мае выгляд:

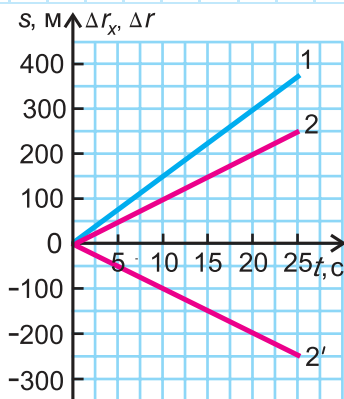
$$x_2 = x_{02} - v_2 t = 500 - 10t.$$

Адлегласць паміж матацыклістам і веласіпедыстам праз час $t_2 = 10$ с пасля іх сустрэчы роўна суме шляхоў, якія яны пераадолеюць за гэты час. Значыць,

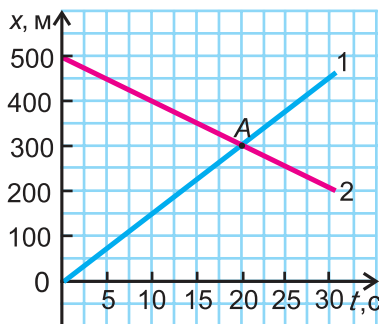
$$l = v_1 t_2 + v_2 t_2 = \left(15 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \cdot 10 \text{ с} = 250 \text{ м}.$$



Мал. 56



Мал. 57



Мал. 58

Пабудуем графікі праекцый і модуляў скорасці. Для матацыкліста графікі праекцыі скорасці 1 і модуля скорасці 1' супадаюць (мал. 56). Для веласіпедыста графік праекцыі скорасці — прамая 2, а модуля скорасці — прамая 2'. Растлумачце прычыну несупадзення.

Графікамі шляху s , праекцыі Δr_x і модуля перамяшчэння Δr (мал. 57) будуць прамыя, якія выражаюць прамую прапарцыянальную залежнасць ад часу t .

Для матацыкліста:

$$s_1 = \Delta r_{1x} = \Delta r_1 = 15t.$$

Графікі шляху, модуля і праекцыі перамяшчэння матацыкліста супадаюць (прамая 1).

Для веласіпедыста:

$$\Delta r_{2x} = v_{2x} t = -10t; s_2 = \Delta r_2 = 10 t.$$

Прамая 2 з'яўляецца графікам шляху і модуля перамяшчэння веласіпедыста.

Прамая 2' — графікам праекцыі яго перамяшчэння.

Графікі каардынат паказаны на малюнку 58. Яны выражаюць залежнасці $x_1 = v_{1x} t$ (прамая 1) і $x_2 = x_{02} + v_{2x} t$ (прамая 2). Пункт А вызначае час сустрэчы і каардынату месца сустрэчы.

Адказ: $l = 250$ м; $x_1 = 15t$; $x_2 = 500 - 10t$.

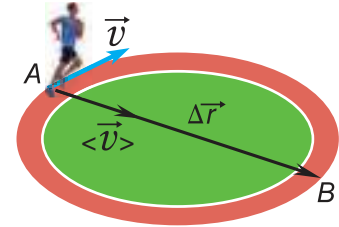


§ 8.

Нераўнамерны рух. Сярэдняя і імгненная скорасць

Мы вывучылі раўнамерны прамалінейны рух. Аднак рэальныя целы — людзі, аўтамабілі, караблі, самалёты і інш. — часцей за ўсё рухаюцца і не прамалінейна, і не раўнамерна. Якія заканамернасці такіх рухаў?

Разгледзім прыклад. Па дарожцы стадыёна бяжыць лёгкаатлет, то павялічваючы, то памяншаючы скорасць бегу (мал. 59). Рух лёгкаатлета і не прамалінейны, і не раўнамерны. Як апісаць такі рух? З 7-га класа вам вядома, што нераўнамерны рух характарызуюць *сярэдняя скорасць*. Яе вызначаюць як адносіну шляху да прамежку часу, за які гэты шлях пройдзены:



Мал. 59

$$\langle v \rangle = \frac{s}{\Delta t}. \quad (1)$$

У нашым прыкладзе шлях s — гэта даўжыня дугі AB , а Δt — прамежак часу, затрачаны лёгкаатлетам на гэты шлях.

Больш дакладна называць $\langle v \rangle$ *сярэдняя скорасць шляху*. Яна паказвае, які шлях у сярэднім праходзіла цела за адзінку часу.

Сярэдняя скорасць шляху нічога не гаворыць аб напрамку руху. Таму, акрамя яе, уводзяць *сярэднюю скорасць перамяшчэння*, роўную адносіне перамяшчэння $\Delta \vec{r}$ да прамежку часу Δt , за які перамяшчэнне адбылося:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2)$$

З вектарнай роўнасці (2) вынікае, што сярэдняя скорасць перамяшчэння $\langle \vec{v} \rangle$ накіравана таксама, як перамяшчэнне $\Delta \vec{r}$. У нашым прыкладзе (гл. мал. 59) вектар $\langle \vec{v} \rangle$ накіраваны па прамой AB .

Які сэнс сярэдняй скорасці перамяшчэння $\langle \vec{v} \rangle$? Яна паказвае, якое перамяшчэнне выконвала цела ў сярэднім за адзінку часу.

Параўнаўшы формулу (2) з формулай $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ (§ 6), можна сказаць, што сярэдняя скорасць перамяшчэння $\langle \vec{v} \rangle$ роўна скорасці такога раўнамернага прамалінейнага руху, пры якім за прамежак часу Δt цела выканал б перамяшчэнне $\Delta \vec{r}$.

Сярэдняя скорасць шляху $\langle v \rangle$ — велічыня скалярная, а сярэдняя скорасць перамяшчэння $\langle \vec{v} \rangle$ — вектарная. Таму параўноўваць

сярэдную скорасць шляху $\langle v \rangle$ можна толькі з модулем сярэдняй скорасці перамяшчэння $|\langle \vec{v} \rangle|$. Мы ведаем, што пры аднолькавых Δt модуль перамяшчэння $\Delta r \leq s$. Значыць, модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння не большы за сярэнюю скорасць шляху: $|\langle \vec{v} \rangle| \leq \langle v \rangle$.

Сярэдняя скорасць характарызуе рух за ўвесь прамежак часу ў цэлым. Яна не дае інфармацыі аб скорасці руху ў кожным пункце траекторыі (у кожны момант часу). З гэтай мэтай уводзіцца **імгненная скорасць** $\vec{v}$ — скорасць руху ў дадзены момант часу (у дадзеным пункце траекторыі).

Як знайсці імгненную скорасць? Яе можна знайсці па формуле $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ пры ўмове, што прамежак часу Δt вельмі малы:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} (\Delta t \rightarrow 0). \quad (3)$$



Мал. 60

Абзначэнне $\Delta t \rightarrow 0$ гаворыць аб тым, што скорасць, знойдзеная па формуле $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, тым бліжэйшая да імгненнай скорасці, чым меншы Δt .

Як накіравана імгненная скорасць $\vec{v}$?

Яна накіравана па датычнай да траекторыі ў тым пункце, дзе ў гэты момант знаходзіцца цела, якое рухаецца.

Паназірайце за распаленымі часцінкамі, якія адрываюцца ад тачыльнага каменя (мал. 60). Імгненная скорасць гэтых часцінак у момант адрыву накіравана па датычнай да акружнасці, па якой яны рухаліся да адрыву. Аналагічна спартыўны молат (мал. 61) пачынае свой палёт па датычнай да той траекторыі, па якой ён рухаўся пры раскручванні кідальнікам.

Імгненная скорасць $\vec{v}$ пастаянная толькі пры раўнамерным прамалінейным руху. Патлумачце чаму.

У далейшым імгненную скорасць будзем называць проста скорасцю.



Мал. 61

Галоўныя вывады

1. Хуткасць нераўнамернага руху на ўчастку траекторыі характарызуецца сярэдняй скорасцю, а ў дадзеным пункце траекторыі — імгненнай скорасцю.
2. Імгненная скорасць прыбліжана роўна сярэдняй скорасці, вызначанай за малы прамежак часу. Чым меншы гэты прамежак часу, тым бліжэйшыя значэнні сярэдняй скорасці да імгненнай.
3. Імгненная скорасць накіравана па датычнай да траекторыі руху.
4. Пры раўнамерным прамалінейным руху імгненная скорасць аднолькавая ў любым пункце траекторыі.



Кантрольныя пытанні

1. Які рух называецца нераўнамерным? Ці можна сцвярджаць, што цэла рухаецца раўнамерна, калі шляхі, якія цэла праходзіць за кожную гадзіну, аднолькавыя?
2. Што паказвае сярэдняя скорасць шляху? Сярэдняя скорасць перамяшчэння? Як іх вылічваюць?
3. Што такое імгненная скорасць? Як знайсці яе прыбліжанае значэнне?
4. Як накіравана імгненная скорасць?
5. Як паводзіць сябе модуль імгненнай скорасці пры раўнамерным руху? Пры нераўнамерным?



Прыклад рашэння задачы

Першую палову прамалінейнай дыстанцыі лыжнік рухаўся з пастаяннай скорасцю $\vec{v}_1$, а другую палову — з пастаяннай скорасцю $\vec{v}_2$. Вызначыце сярэднюю скорасць руху лыжніка на ўсёй дыстанцыі, калі $v_1 = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Дадзена:

$$v_1 = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

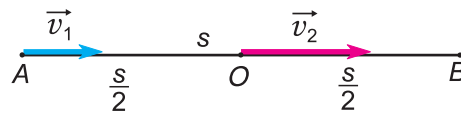
$$v_2 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$AO = OB$$

$$\langle v \rangle = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 62).



Мал. 62

Паколькі лыжнік рухаўся без змянення напрамку, яго сярэдняя скорасць накіравана таксама, як скорасці $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$. Модуль сярэдняй скорасці $\langle v \rangle = \frac{s}{t}$, дзе s — даўжыня дыстанцыі, $t = t_1 + t_2$, $t_1 = \frac{s}{2v_1}$ — час праходжання першай, а $t_2 = \frac{s}{2v_2}$ — другой паловы дыстанцыі.

Знойдзем $\langle v \rangle$:

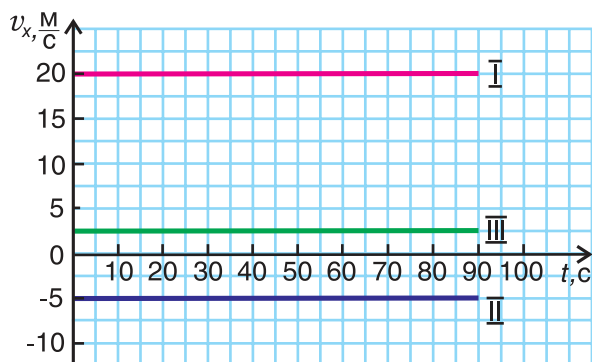
$$\langle v \rangle = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_2 + v_1};$$

$$\langle v \rangle = \frac{2 \cdot 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{9,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Адказ: } \langle v \rangle = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

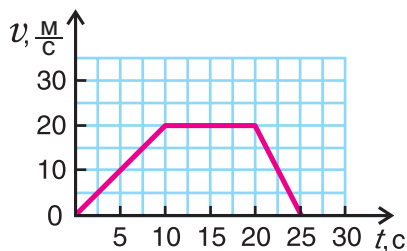
Практыкаванне 5

1. На малюнку 63 паказаны графікі праекцыі на вось Ox скорасці руху катара, байдаркі і гумавай лодкі па возеры. Ахарактарызуйце гэтыя рухі. Якому з транспартных сродкаў належыць графік I? Графік II? Графік III? Чаму роўны шляхі, пройдзеныя катарам, байдаркай і гумавай лодкай за час $t = 50,0$ с руху? Чаму роўны модулі і праекцыі іх перамяшчэнняў за гэты час?



Мал. 63

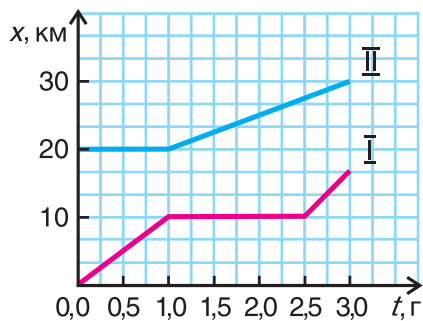
2. Па рацэ Нёман плывуць дзве маторныя лодкі. Іх каардынаты змяняюцца паводле закону: $x_1 = A_1 + B_1 t$, $x_2 = A_2 + B_2 t$, дзе $A_1 = 6,0$ км, $B_1 = 9,0 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, $A_2 = -6,0$ км, $B_2 = 18,0 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Для кожнай



Мал. 64

лодкі знайдзіце пачатковыя каардынаты і праекцыі скарасцей на вось Ox . Пабудуйце графікі руху. Праз які час другая лодка дагоніць першую?

3. Турысты прайшлі шлях $s_1 = 10,0$ км за час $t_1 = 2,0$ г, затым зрабілі прывал працягласцю $t_2 = 0,50$ г, пасля чаго прайшлі астатні шлях $s_2 = 6,0$ км за час $t_3 = 1,5$ г. Чаму роўна сярэдняя скорасць руху турыстаў на ўсім маршруце? На кожным з яго ўчасткаў?



Мал. 65

4. Аўтобус рухаўся прамалінейна. Графік залежнасці модуля скорасці яго руху ад часу паказаны на малюнку 64. Вызначыце модуль імгненнай скорасці руху аўтобуса ў моманты часу: $t_1 = 5$ с, $t_2 = 15$ с, $t_3 = 22,5$ с.

5. На малюнку 65 дадзены графікі залежнасці каардынаты ад часу для прамалінейнага руху веласіпедыста і пешахода. У колькі разоў адрозніваюць

ца праекцыі на вось Ox сярэдняй скорасці іх перамяшчэння за час $t = 3,0$ г руху?

6. Цацка, якой можна кіраваць, прайшла ўчастак шляху $s_1 = 3,0$ м за час $t_1 = 20$ с, а затым, рухаючыся перпендыкулярна гэтаму ўчастку, яшчэ адзін участак шляху $s_2 = 4,0$ м за час $t_2 = 30$ с. Участкі шляху прамалінейныя. Зрабіце чарцёж і знайдзіце сярэднюю скорасць шляху і сярэднюю скорасць перамяшчэння цацкі.

7. Навучэнец на ўроку фізкультуры прабег $N = 2,5$ круга радыусам $R = 60$ м за прамежак часу $t = 10$ мін. Знайдзіце шлях і перамяшчэнне навучэнца. Чаму роўны модуль сярэдняй скорасці перамяшчэння навучэнца? Чаму роўна сярэдняя скорасць шляху?

8. Пасажырскі катар палову часу рухаўся з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v_1 = 30 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. З якой пастаяннай скорасцю ён павінен рухацца ў тым жа напрамку на працягу часу, што застаўся, каб модуль яго сярэдняй скорасці быў роўны $\langle v \rangle = 40 \frac{\text{км}}{\text{г}}$?

9. Першую палову шляху аўтамабіль рухаўся раўнамерна са скорасцю, модуль якой $v_1 = 60 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другую — у тым жа напрамку са скорасцю ў $k = 1,5$ раза меншай. Знайдзіце сярэднюю скорасць руху аўтамабіля на ўсім шляху.

10. Лікавае значэнне якой фізічнай велічыні паказвае спідометр аўтамабіля? Па паказаннях якіх прыбораў можна вызначыць яго сярэднюю скорасць шляху?

11. Адну трэць шляху турыст ехаў на веласіпедзе са скорасцю $v_1 = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а астатнія дзве трэці шляху турыст прайшоў пешшу. Сярэдняя скорасць за ўвесь час яго руху $\langle v \rangle = 2,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце сярэднюю скорасць руху турыста пешшу.

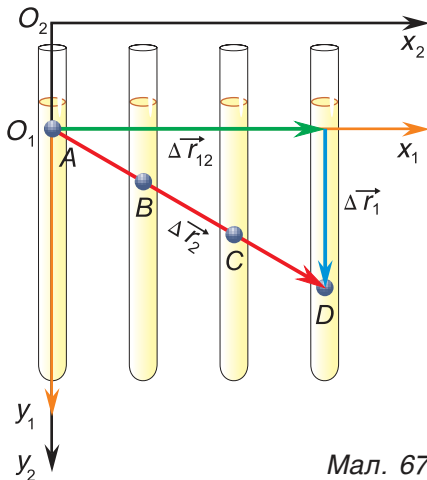


§ 9.

Складанне скарасцей



Мал. 66



Мал. 67

У штодзённым жыцці мы часта бачым, як адны целы рухаюцца адносна іншых цел, якія таксама рухаюцца. Напрыклад, сцюрдэса перамяшчаецца па салоне самалёта, які ляціць, чалавек ідзе па эскалатары, які рухаецца ўніз (мал. 66), катар перасякае раку з хуткім цячэннем і г. д.

Якія заканамернасці такіх рухаў?

Правядзём дослед. У вертыкальную шклянную трубку, запоўненую вязкай вадкасцю (напрыклад, цукровым сіропам), апусцім металічны шарык (мал. 67). Трубку будзем раўнамерна перамяшчаць адносна школьнай дошкі ў гарызантальным напрамку.

Сістэму адліку з восямі каардынат O_1x_1 і O_1y_1 , звязаную з трубкой, назавём *рухомай*, а сістэму адліку з восямі O_2x_2 і O_2y_2 , звязаную з дошкай, — *нерухомай*.

Назіраючы за рухам шарыка, будзем пазначаць на дошцы яго становішчы праз кожныя 10 с (пункты A, B, C, D).

На малюнку 67 бачна, што адносна трубки шарык за 30 с выканаў перамяшчэнне $\Delta \vec{r}_1$. За гэты час трубка выканалала перамяшчэнне $\Delta \vec{r}_{12}$ адносна школьнай дошкі. Бачна таксама, што перамяшчэнне $\Delta \vec{r}_2$ шарыка адносна дошкі роўна вектарнай суме перамяшчэнняў $\Delta \vec{r}_1$ і $\Delta \vec{r}_{12}$:

$$\Delta \vec{r}_2 = \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_{12}. \quad (1)$$

Перамяшчэнне цела адносна нерухомай сістэмы адліку роўна вектарнай суме яго перамяшчэння адносна рухомай сістэмы і перамяшчэння рухомай сістэмы адносна нерухомай.

Усе гэтыя перамяшчэнні выкананы за адзін і той жа прамежак часу Δt . Падзяліўшы ў формуле (1) кожнае з перамяшчэнняў на Δt , атрымаем:

$$\frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t}. \quad (2)$$

Вектар $\frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = \vec{v}_2$ — скорасць руху шарыка адносна дошкі (нерухомай сістэмы адліку), вектар $\frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} = \vec{v}_1$ — скорасць руху шарыка адносна трубкі (рухомай сістэмы адліку), а вектар $\frac{\Delta \vec{r}_{12}}{\Delta t} = \vec{v}_{12}$ — скорасць, з якой трубка (рухомая сістэма адліку) перамяшчаецца адносна дошкі (нерухомай сістэмы адліку).

Такім чынам, з (2) вынікае:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_{12}. \quad (3)$$

Скорасць цела ў нерухомай сістэме адліку роўна вектарнай суме яго скорасці адносна рухомай сістэмы і скорасці рухомай сістэмы адносна нерухомай.

Гэта сцверджанне называюць *законам складання скорасцей Галілея*.

Закон складання скорасцей (3) выкарыстоўваецца пры рашэнні многіх практычных задач. Ён дазваляе разлічыць скорасць самалёта, які заходзіць на пасадку пры моцным ветры (мал. 68), скорасць руху цеплахода па рацэ (мал. 69) і г. д.



Мал. 68



Мал. 69

Галоўныя вывады

1. Перамяшчэнне цела адносна нерухомай сістэмы адліку роўна вектарнай суме яго перамяшчэння адносна рухомай сістэмы і перамяшчэння рухомай сістэмы адносна нерухомай.
2. Скорасць цела ў нерухомай сістэме адліку роўна вектарнай суме яго скорасці адносна рухомай сістэмы і скорасці рухомай сістэмы адносна нерухомай.

? Кантрольныя пытанні

1. Чаму не мае сэнсу гаварыць аб скорасці цела, не выбраўшы сістэму адліку?
2. Як вызначыць скорасць цела адносна нерухомай сістэмы адліку, ведаючы яго скорасць адносна рухомай сістэмы?
3. Ці можна паставіць дослед з шарыкам у трубцы так, каб скорасць шарыка адносна школьнай дошкі была роўна нулю? Калі можна, то як гэта зрабіць?



Прыклад рашэння задачы

Шлях ад адной прыстані да другой матарная лодка прайшла па цячэнні ракі за час $t_1 = 0,30$ г, а зваротны шлях — за час $t_2 = 0,70$ г. Модуль скорасці цячэння ракі $v_{\text{ц}} = 7,2 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце модуль скорасці руху лодкі адносна вады, лічачы яго пастаянным.

Дадзена:

$$v_{\text{ц}} = 7,2 \frac{\text{км}}{\text{г}}$$

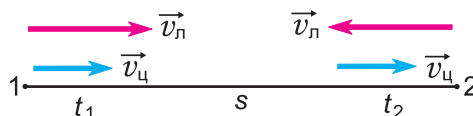
$$t_1 = 0,30 \text{ г}$$

$$t_2 = 0,70 \text{ г}$$

$$v_{\text{л}} = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 70).



Мал. 70

Адносна берага лодка плыла па цячэнні (ад прыстані 1 да прыстані 2) са скорасцю, модуль якой $v_{12} = v_{\text{л}} + v_{\text{ц}}$, а назад (ад прыстані 2 да прыстані 1) — са скорасцю, модуль якой $v_{21} = v_{\text{л}} - v_{\text{ц}}$.

Значыць, шлях ад прыстані 1 да прыстані 2: $s = (v_{\text{л}} + v_{\text{ц}})t_1$, а шлях ад прыстані 2 да прыстані 1: $s = (v_{\text{л}} - v_{\text{ц}})t_2$. Прыраўноўваючы шляхі, атрымліваем: $v_{\text{л}}t_1 + v_{\text{ц}}t_1 = v_{\text{л}}t_2 - v_{\text{ц}}t_2$.

Адсюль

$$v_{\text{л}} = \frac{v_{\text{ц}}(t_1 + t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{7,2 \frac{\text{км}}{\text{г}} \cdot 1,0 \text{ г}}{0,40 \text{ г}} = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}}.$$

Адказ: $v_{\text{л}} = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}}.$

Практыкаванне 6

1. Як знайсці скорасць плыўца адносна берага ракі, ведаючы яго скорасць адносна вады і скорасць цячэння вады ў рацэ?

2. Навошта перад кіданнем кап'я спартсмен разбягаецца?

3. Ці аднолькавыя далёкасці палёту снарадаў, выпушчаных з нерухомага і рухомага танкаў? Чаму?

4. Модуль скорасці руху катара адносна вады $v_1 = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якія значэнні можа прымаць модуль скорасці руху катара адносна берага, калі модуль скорасці цячэння вады $v_2 = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

5. Верталёт ляціць з Мінска, накіроўваючыся на поўдзень. Модуль скорасці руху верталёта адносна паветра $v_1 = 54 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. У напрамку з

поўначы на поўдзень дзьме вецер, модуль скорасці якога $v_2 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Знайдзіце скорасць і перамяшчэнне верталёта адносна Зямлі. Час палёту $t = 30$ мін.

6. Рашыце задачу 5 для выпадкаў, калі вецер дзьме з поўдня на поўнач.

7. У колькі разоў адрозніваюцца прамежкі часу, якія затраціць лодачнік, каб праплыць адзін і той жа шлях туды і назад па возеры і па рацэ, калі модуль скорасці лодкі адносна вады ў абодвух выпадках $v_{\text{л}} = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а модуль скорасці цячэння вады ў рацэ $v_{\text{ц}} = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?



8. Плыт шырынёй $l = 10$ м плыве па рацэ са скорасцю, модуль якой $v_1 = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Плытагон, які знаходзіцца на плыце, перайшоў з аднаго краю плыта на другі і вярнуўся назад. Чаму роўны модуль перамяшчэння плытагона за гэты час адносна плыта і адносна берага, калі скорасць руху плытагона адносна плыта $\vec{v}_2$ накіравана перпендыкулярна скорасці цячэння вады, а яе модуль $v_2 = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$? Знайдзіце таксама модуль скорасці руху плытагона адносна берага.

9. Упоперак ракі нацягнуты трос. Плывец павінен пераплысці цераз раку, плывучы паралельна тросу. Модуль скорасці цячэння вады $v_1 = 0,50 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пад якім вуглом да троса павінна быць накіравана скорасць руху плыўца $\vec{v}_2$ адносна вады, калі яе модуль $v_2 = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$? Чаму роўны модуль скорасці руху плыўца адносна берага? Колькі часу зойме пераправа пры шырыні ракі $l = 98$ м?



10. Эскалатар метро падымае пасажыра, які стаіць на ім, за час $t_1 = 0,5$ мін. Па нерухомым эскалатары пасажыр падняўся б за час $t_2 = 1,5$ мін. За які час паднімецца пасажыр, які ідзе ўверх па рухомым эскалатары?



11. Выкарыстоўваючы інтэрактыўную мадэль, прадэманструйце справядлівасць закону складання скорасцей на прыкладзе плыўца, які пераплывае на процілеглы бераг ракі.



Дамашняе заданне

Змясціце гарошыну ў празрыстую пластыкавую бутэльку, запоўненую вадой. Гарошына павольна тоне ў вадзе. Перасоўваючы бутэльку, дасягніце таго, каб гарошына заставалася некаторы час нерухомай адносна памяшкання. Растлумачце вынік, выкарыстаўшы закон складання скорасцей.

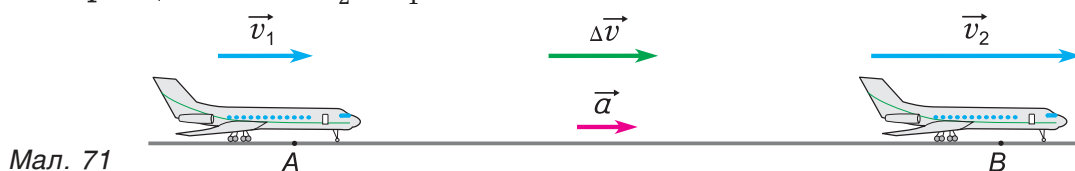


§ 10.

Паскарэнне

Усім вядома, што плаўнае тармажэнне аўтамабіля практычна неадчувальнае, а рэзкае — вельмі небяспечнае. Значыць, істотна не толькі змяненне скорасці, але і тое, *наколькі хутка* яно адбываецца. Якая фізічная велічыня характарызуе хуткасць змянення скорасці?

Разгледзім рух самалёта пры разбегу перад узлётам (мал. 71). Няхай на ўчастку AB за прамежак часу Δt скорасць самалёта раўнамерна павялічылася ад $\vec{v}_1$ да $\vec{v}_2$ (дзе $v_1 = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$). Адбылося змяненне скорасці на $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$.



Мал. 71

А *наколькі хутка* змянялася скорасць самалёта? Скорасць змянялася тым хутчэй, чым меншы быў затрачаны на разбег прамежак часу Δt . Таму хуткасць змянення скорасці вызначаюць як адносіну $\Delta \vec{v}$ да Δt :

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Велічыню, роўную адносіне змянення скорасці $\Delta \vec{v}$ да прамежку часу Δt , называюць паскарэннем (абазначаюць сімвалам $\vec{a}$ — ад лацінскага *acceleratio*).

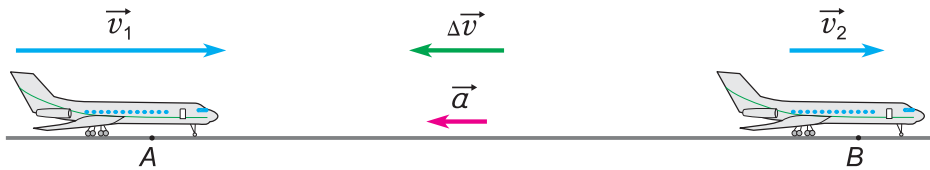
Адзінка паскарэння ў СІ — $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Пры паскарэнні $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ скорасць цела, якое рухаецца прамалінейна, змяняецца на $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ за кожную секунду.

Паскарэнне — вектарная велічыня, якая мае модуль і напрамак.

Напрыклад, калі пры разбегу скорасць самалёта (мал. 71) павялічылася ад $8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ за прамежак часу $\Delta t = 3 \text{ с}$, то модуль паскарэння самалёта $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3 \text{ с}} = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

А як накіравана паскарэнне? З формулы $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ вынікае: *паскарэнне заўсёды накіравана па вектары змянення скорасці $\Delta \vec{v}$* .

А вось у адносінах да скорасці паскарэнне накіравана па-рознаму. Пры разбегу самалёта (мал. 71) паскарэнне накіравана па скорасці яго руху, а пры тармажэнні (мал. 72) — супраць скорасці. Пераканайцеся ў гэтым, параўнаўшы напрамкі вектараў $\vec{a}$ і $\vec{v}$ для абодвух выпадкаў.



Мал. 72



Мал. 73

Такім чынам, пры прамалінейным руху паскарэнне накіравана па скорасці, калі скорасць павялічваецца, і супраць скорасці, калі скорасць памяншаецца.

Толькі пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне ў любы момант часу роўна нулю. Пытанне аб паскарэнні пры *крывалінейным руху* мы разгледзім у § 14.

Паскарэнне — адна з самых практычна важных велічынь у механіцы. Кантраляваць паскарэнне неабходна пры кіраванні аўтамабілем, самалётам, касмічным караблём і г. д. Для вымярэння паскарэння выкарыстоўваюцца акселерометры (мал. 73) (лац. *accelero* — паскараю і грэч. *metreo* — вымяраю).

▼ Для дапытлівых

Формула $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ вызначае *сярэдняе* паскарэнне за прамежак часу Δt . Але яе можна выкарыстоўваць і для вызначэння *імгненнага* паскарэння $\vec{a}$. Трэба толькі (як і пры пераходзе ад сярэдняй скорасці да імгненнай, гл. § 8, с. 34) вылічваць паскарэнне за як мага меншы прамежак часу: $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ($\Delta t \rightarrow 0$).

■ Галоўныя вывады

1. Паскарэнне характарызуе хуткасць змянення скорасці.
2. Паскарэнне накіравана па вектары змянення скорасці.
3. Калі паскарэнне накіравана па скорасці, то скорасць руху павялічваецца, калі супраць скорасці — то яна памяншаецца.

? Кантрольныя пытанні

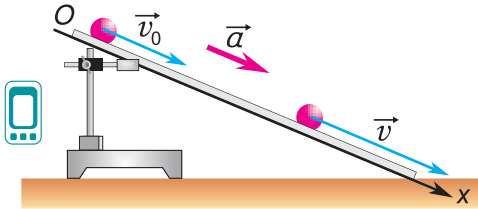
1. Што такое паскарэнне? У якіх адзінках яно вымяраецца?
2. Як накіравана паскарэнне $\vec{a}$ адносна скорасці $\vec{v}$ пры прамалінейным руху? Адносна яе змянення $\Delta \vec{v}$?
3. Ці можа паскарэнне быць не роўным нулю ў той момант, калі скорасць роўна нулю? Адказ абгрунтуйце.



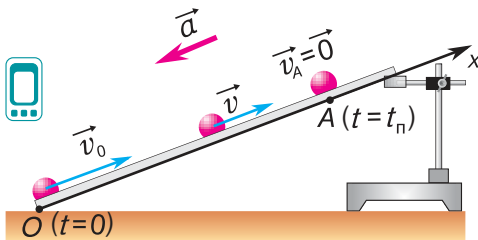


§ 11.

Скорасць пры роўнапераменным руху



Мал. 74



Мал. 75

Самы прасты з усіх нераўнамерных рухаў — прамалінейны рух з пастаянным паскарэннем, які называецца **роўнапераменным**. Як змяняецца скорасць цела пры роўнапераменным руху?

Разгледзім рух сталёнага шарыка па нахіленым жолабе (мал. 74, 75). Дослед паказвае, што паскарэнне шарыка практычна пастаяннае:

$$\vec{a} = \overline{\text{const}}, \quad (1)$$

а, значыць, рух шарыка можна лічыць роўнапераменным.

1. Няхай у пачатковы момант t_0 шарык знаходзіцца ў пункце O і мае пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, накіраваную ўздоўж жолаба ўніз (мал. 74).

Знойдзем залежнасць скорасці руху шарыка $\vec{v}$ ад часу t . З азначэння паскарэння $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ вынікае: $\Delta \vec{v} = \vec{a} \Delta t$, або $\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a}(t - t_0)$.

Адсюль, прыняўшы $t_0 = 0$, атрымаем:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (2)$$

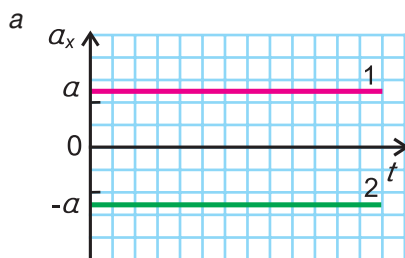
Такая залежнасць у матэматыцы называецца **лінейнай**. Значыць, пры руху з пастаянным паскарэннем скорасць цела лінейна залежыць ад часу. З роўнасцей (1) і (2) вынікаюць формулы для праекцый:

$$a_x = \text{const}. \quad (3)$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (4)$$

Улічым, што вось Ox накіравана ўздоўж жолаба ўніз. Тады $a_x = a > 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$. Па формулах (3) і (4) пабудуем графікі праекцый паскарэння a_x і скорасці v_x (мал. 76, а, б, графікі 1 і 1'). Рух шарыка — **роўнапаскораны**.

2. Нададзім цяпер пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ шарыку, які знаходзіцца ў ніжнім пункце жолаба (мал. 75).



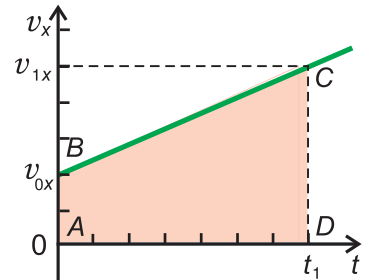
Мал. 76

Рухаючыся ўверх, шарык будзе паступова губляць скорасць. У пункце A ён на імгненне спыніцца і пачне скочвацца ўніз. Пункт A называюць пунктам павароту. Згодна з малюнкам 75 $a_x = -a < 0$, $v_{0x} = v_0 > 0$. Тады формулы (3) і (4) прымуць выгляд: $a_x = -a$, $v_x = v_0 - at$. Ім адпавядаюць графікі 2 і 2' (мал. 76, а, б).

Графік 2' паказвае: пакуль шарык рухаўся ўверх, праекцыя скорасці v_x была дадатнай. Яна памяншалася і ў пункце павароту A ($t = t_n$) стала роўнай нулю. Затым напрамак скорасці шарыка змяніўся на процілеглы і пры $t > t_n$ праекцыя скорасці v_x стала адмоўнай.

Што яшчэ можна вызначыць па графіку праекцыі скорасці?

У § 7 мы даказалі, што пры раўнамерным руху плошча фігуры паміж графікам v_x і воссю часу (мал. 52, с. 29) лікава роўна праекцыі перамяшчэння Δr_x . Гэта правіла прымяняльнае і для роўнапераменнага руху. Тады згодна з малюнкам 77 праекцыя перамяшчэння Δr_x вызначаецца плошчай трапецыі $ABCD$. Гэта плошча роўна паўсуме асноў трапецыі, памножанай на яе вышыню t_1 :



Мал. 77

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2} t_1. \quad (5)$$

Падзяліўшы Δr_x на t_1 , атрымаем праекцыю сярэдняй скорасці перамяшчэння пры роўнапаскораным руху:

$$\langle v_x \rangle = \frac{v_{0x} + v_{1x}}{2}. \quad (6)$$

Пры руху з пастаянным паскарэннем суадносіна (6) выконваецца не толькі для праекцыі, але і для вектараў скорасці:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}_1}{2}. \quad (7)$$

Сярэдняя скорасць руху з пастаянным паскарэннем роўна паўсуме пачатковай і канечнай скорасцей.

Галоўныя вывады

1. Пры руху з пастаянным паскарэннем скорасць лінейна залежыць ад часу.
2. Сярэдняя скорасць роўнапераменнага руху роўна паўсуме пачатковай і канечнай скорасцей.
3. Плошча пад графікам праекцыі скорасці роўнапераменнага руху лікава роўна праекцыі перамяшчэння.

Кантрольныя пытанні

1. Як залежыць скорасць ад часу пры руху з пастаянным паскарэннем?
2. Што ўяўляе сабой графік праекцыі скорасці пры роўнапераменным руху?
3. Ці можа пры роўнапераменным руху паўтарыцца значэнне модуля скорасці цэла? Прыкладзіце прыклады.
4. Як, ведаючы праекцыі v_x і a_x , вызначыць, паскорана ці запаволена рухаецца цэла?
5. У якіх выпадках праекцыі вектараў v_x , v_{0x} і a_x роўны модулям вектараў v , v_0 і a ?
6. Што адбываецца са скорасцю і з паскарэннем у пункце павароту (мал. 76, б)?

Дамашняе заданне

Дакажыце, што плошча фігуры, абмежаванай графікам праекцыі паскарэння a_x і воссю часу t (гл. мал. 76, а), узятая са знакам «+» пры $a_x > 0$ і са знакам «-» пры $a_x < 0$, лікава роўна змяненню праекцыі скорасці Δv_x за час ад 0 да t .



Прыклад рашэння задачы

На ўчастку шляху $s = 50$ м вадзіцель раўнамерна знізіў скорасць руху аўтамабіля ад $v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да $v_2 = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце характар руху аўтамабіля. Знайдзіце напрамак і модуль паскарэння яго руху.

Дадзена:

$$v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$s = 50 \text{ м}$$

$$a = ?$$

Рашэнне

Аўтамабіль рухаўся роўназапаволена. Паскарэнне аўтамабіля было накіравана супраць яго скорасці. Модуль паскарэння:

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t}.$$

Пры роўнапераменным руху без змянення напрамку шлях $s = \frac{v_1 + v_2}{2} t$. Час $t = \frac{2s}{v_1 + v_2}$, паскарэнне $a = \frac{v_1 - v_2}{t} =$

$$= \frac{(v_1 - v_2)(v_1 + v_2)}{2s} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2s} = \frac{400 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} - 25 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 50 \text{ м}} \approx 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Адказ: } a = 3,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Практыкаванне 7

1. На колькі павялічыцца скорасць санак, на якіх дзеці з'язджаюць з горкі, за час $t = 10$ с, калі паскарэнне санак пастаяннае, а яго модуль $a = 0,80 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$?

2. Пры набліжэнні да станцыі скорасць роўназапаволенага руху лакаматыва змянілася ад $v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да нуля за час $t = 1,5$ мін. Вызначыце паскарэнне лакаматыва. Куды яно накіравана? Пабудуйце графікі праекцый скорасці і паскарэння лакаматыва.

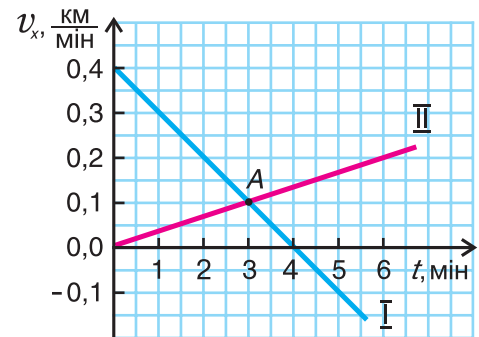
3. Маторная лодка рухалася з пастаянным паскарэннем, праекцыя якога $a_x = -0,30 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Праекцыя скорасці лодкі змянілася ад $v_{1x} = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ да $v_{2x} = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. За які час адбылося гэта змяненне?

4. Аўтамабіль, які меў пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, пачаў тармажэнне. Пабудуйце графікі залежнасці ад часу праекцыі скорасці $v_x(t)$ і праекцыі паскарэння $a_x(t)$ аўтамабіля на вось Ox , накіраваную па пачатковай скорасці $\vec{v}_0$. Вядома, што $v_0 = 4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. Шарыку надалі пачатковую скорасць, накіраваную ўздоўж нахіленага жолаба ўверх (гл. мал. 75, с. 44). Праекцыя v_x скорасці шарыка змяняецца з цягам часу па законе: $v_x = A - Bt$, дзе $A = 90 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 75 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце паскарэнне і пачатковую скорасць руху шарыка. Якой будзе праекцыя скорасці праз час $t_1 = 0,6$ с ад пачатку руху? Праз які час шарык дасягне найвышэйшага пункта свайго пад'ёму? Пабудуйце графікі праекцый скорасці і паскарэння руху шарыка на вось Ox .



6. Па графіках праекцый скорасці руху матацыкліста I і бегуна II (мал. 78) вызначыце: а) праекцыі іх паскарэння; б) праекцыі скорасці ў момант часу $t = 3,0$ мін; в) час руху матацыкліста да прыпынку і модуль яго перамяшчэння за гэты час. Знайдзіце залежнасці праекцый скорасці v_x ад часу для кожнага з удзельнікаў руху. Што азначае пункт А перасячэння графікаў I і II?



Мал. 78



§ 12.

Перамяшчэнне, каардыната і шлях пры роўнапераменным руху

Мы ведаем, што пры роўнапераменным руху скорасць цела лінейна залежыць ад часу. А як залежыць ад часу перамяшчэнне? Каардыната? Пройдзены шлях?

У папярэднім параграфе для роўнапераменнага руху была знойдзена залежнасць праекцыі скорасці ад часу:

$$v_x = v_{0x} + a_x t \quad (1)$$

і атрымана формула для праекцыі перамяшчэння:

$$\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} t. \quad (2)$$

Падстаўляючы v_x з роўнасці (1) у (2), знаходзім залежнасць праекцыі перамяшчэння ад часу:

$$\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (3)$$

Адзначым, што пры руху з пастаянным паскарэннем залежнасці (1) і (3) выконваюцца і для вектараў скорасці і перамяшчэння:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t, \quad (4)$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}. \quad (5)$$

Улічваючы, што праекцыя перамяшчэння $\Delta r_x = x - x_0$, з формулы (3) знаходзім каардынату:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (6)$$

Формула (6) выражае *кінематычны закон роўнапераменнага руху*. Функцыі (3) і (6) называюцца *квадратычнымі*. Такім чынам, пры роўнапераменным руху праекцыя перамяшчэння цела і яго каардыната *квадратычна залежаць ад часу*.

Параўнаем залежнасці асноўных кінематычных велічынь ад часу для двух відаў прамалінейнага руху: раўнамернага і роўнапераменнага (табл. 1).

Табліца 1

Кінематычныя велічыні	Раўнамерны рух	Роўнапераменны рух
Праекцыя паскарэння	$a_x = 0$	$a_x = \text{const}$
Праекцыя скорасці	$v_x = \text{const}$	$v_x = v_{0x} + a_x t$
Праекцыя перамяшчэння	$\Delta r_x = v_x t$	$\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$
Каардыната	$x = x_0 + v_x t$	$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$

З табліцы відаць, што пры $a_x = 0$ формулы роўнапераменнага руху пераходзяць у формулы раўнамернага руху.

Разгледзім графікі v_x , Δr_x і каардынаты x на канкрэтным прыкладзе: тры целы (0, 1 і 2) рухаюцца ўздоўж восі Ox . Іх пачатковыя скорасці аднолькавыя ($v_{0x} = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}}$), а праекцыі паскарэння розныя:

$$a_x = 0; \quad a_x = 5 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}; \quad a_x = -5 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Па формуле (1) $v_x = v_{0x} + a_x t$ пабудуем графікі праекцыі скорасці гэтых цел (графікі 0, 1, 2 на малюнку 79). Графікі прамалінейныя, а іх нахіл вызначаецца значэннем праекцыі паскарэння a_x . Графік 2 перасякае вось часу ў момант павароту $t_{\text{п}}$.

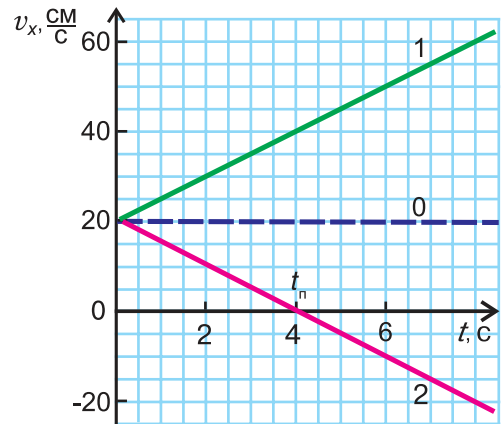
Пяройдзем да графікаў праекцыі перамяшчэння Δr_x (мал. 80).

Як мы ведаем, пры $a_x = 0$ (г. зн. для раўнамернага руху) $\Delta r_x = v_x t$ і графік $\Delta r_x(t)$ — нахіленая прамая лінія (графік 0* на малюнку 80).

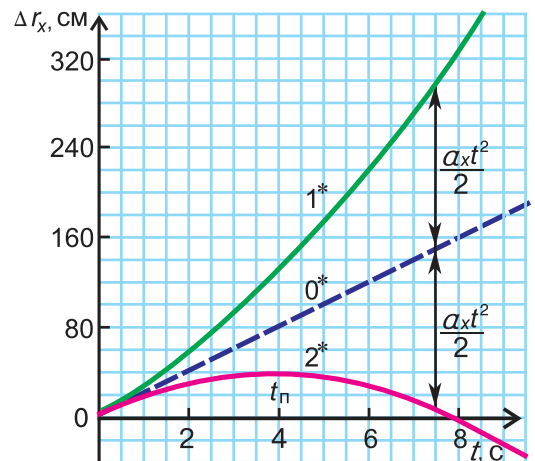
З табліцы 1 відаць, што формулы для праекцыі перамяшчэння Δr_x пры раўнамерным і роўнапераменным руху адрозніваюцца толькі на складаемае $\frac{a_x t^2}{2}$. Таму пры $a_x > 0$ пункты графіка 0* для кожнага значэння t трэба падняць на $\frac{a_x t^2}{2}$ (графік 1*), а пры $a_x < 0$ (графік 2*) — на столькі ж апусціць (мал. 80).

Паколькі Δr_x квадратычна залежыць ад часу (гл. формулу (3)), графікі праекцыі перамяшчэння пры роўнапераменным руху з'яўляюцца ўчасткамі парабал (мал. 80).

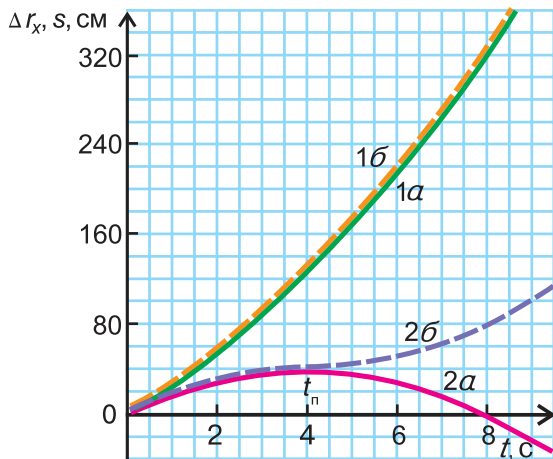
Звярніце ўвагу на паводзіны графікаў 2 і 2* у момант павароту $t_{\text{п}}$. Графік 2 для v_x (мал. 79)



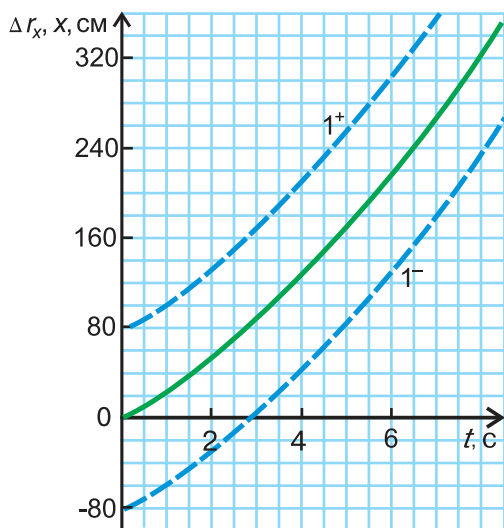
Мал. 79



Мал. 80



Мал. 81



Мал. 82

у гэты момант праходзіць праз нуль, а графік 2* для Δr_x (мал. 80) пры $t = t_n$ дасягае максімуму, а затым пачынае апускацца. Графікі пацвярджаюць: у момант павароту напрамак руху цела змяняецца на процілеглы.

А якім будзе графік шляху? Для руху, пры якім напрамак скорасці не змяняецца, графік шляху 1б (мал. 81) супадае з графікам праекцыі перамяшчэння 1а. Калі ж скорасць змяняе свой напрамак, то графік шляху s (2б) і графік праекцыі перамяшчэння Δr_x (2а) будуць супадаць толькі да моманту павароту t_n .

Пры $t > t_n$ праекцыя перамяшчэння Δr_x пачынае памяншацца, а шлях s працягвае павялічвацца. Ён павялічваецца на столькі, на колькі за той жа час памяншаецца праекцыя перамяшчэння.

Ад графіка праекцыі перамяшчэння Δr_x лёгка перайсці да графіка каардынаты x (мал. 82).

Паколькі, згодна з формулай (6), $x = x_0 + \Delta r_x$, то графікі каардынаты x (парабалы 1⁺ і 1⁻) атрымліваюцца зрухам графіка Δr_x на велічыню $|x_0|$. Зрух уверх адбываецца пры $x_0 > 0$, а ўніз — пры $x_0 < 0$ (мал. 82).

Выведзем яшчэ дзве формулы, карысныя для рашэння задач аб роўнапераменным руху.

Выразім час з формулы праекцыі скорасці (1): $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$. Падставіўшы гэты выраз у формулу (2), атрымаем: $\Delta r_x = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot \frac{v_x - v_{0x}}{a_x} = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$. Такім чынам, пры роўнапераменным руху

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x \Delta r_x. \quad (7)$$

У выпадку калі пачатковая скорасць і паскарэнне аднолькава накіраваны, з роўнасці (7) вынікае:

$$v^2 = v_0^2 + 2as, \quad (8)$$

дзе s — пройдзены шлях.

Галоўныя вывады

1. Пры роўнапераменным руху цела яго перамяшчэнне і каардынаты — квадратычныя функцыі часу.
2. Графікі залежнасці праекцыі перамяшчэння і каардынаты ад часу для роўнапераменнага руху з'яўляюцца ўчасткамі парабал.
3. Вяршыня парабалы на графіку праекцыі перамяшчэння адпавядае моманту часу, пры якім імгненная скорасць роўна нулю.

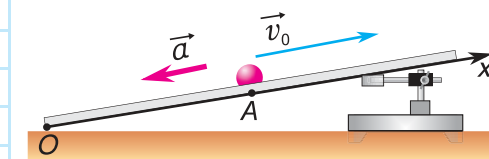
Кантрольныя пытанні

1. Як залежаць перамяшчэнне і каардынаты ад часу пры роўнапераменным руху?
2. Як з дапамогай графіка праекцыі перамяшчэння для раўнамернага руху пабудаваць графік гэтай велічыні для роўнапераменнага руху?
3. Як, ведаючы графік праекцыі перамяшчэння, атрымаць графік каардынаты? Што яшчэ пры гэтым трэба ведаць?
4. У якім выпадку графікі праекцыі перамяшчэння і каардынаты супадаюць?
5. Дзе размешчана вяршыня парабалы на графіку каардынаты, калі $v_{0x} > 0$, $a_x > 0$?



Прыклад рашэння задачы

Шарыку, які знаходзіцца ў пункце A , размешчаным пасярэдзіне нахіленага жолаба даўжынёй $l_0 = 100$ см (мал. 83), надалі пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ уздоўж нахіленага жолаба ўверх. Паскарэнне шарыка $\vec{a}$ накіравана ўздоўж жолаба ўніз. Знайдзіце каардынату пункта павароту x_n і час t_n , за які шарык яго дасягне, калі $v_0 = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $a = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$.



Мал. 83

Вызначыце час, калі шарык вернецца ў пункт A , і час, калі ён апынецца ў пункце O . Пабудуйце графікі праекцый скорасці і перамяшчэння, а таксама каардынаты шарыка.

Дадзена:

$l_0 = 100 \text{ см}$

$v_0 = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$

$a = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$

$x_0 = 50 \text{ см}$

$x_{\pi} \text{ — ?}$

$t_{\pi} \text{ — ?}$

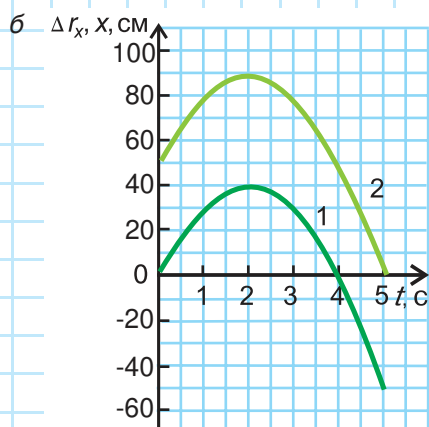
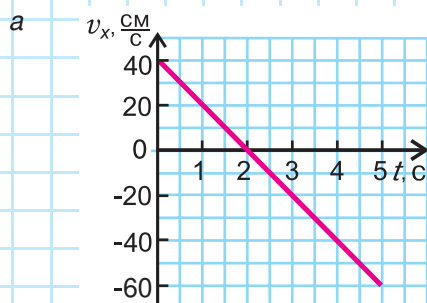
$t_2 \text{ — ?}$

$t_3 \text{ — ?}$

Рашэнне

Выберам вось Ox , як паказана на малюнку 83. Тады праекцыя скорасці $v_x = v_0 - at$, праекцыя перамяшчэння $\Delta r_x = v_0 t - \frac{at^2}{2}$, каардыната $x = x_0 + v_0 t - \frac{at^2}{2}$, дзе $x_0 = 0,5l_0 = 50 \text{ см}$, $v_{0x} = v_0 = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $a_x = -a = -20 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Па гэтых формулах для момантаў часу $t = 0; 1,0 \text{ с}; 2,0 \text{ с}; 3,0 \text{ с}; 4,0 \text{ с}; 5,0 \text{ с}$ знойдзем значэнні v_x і Δr_x і запішам іх у табліцу.

$t, \text{ с}$	0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$v_x, \frac{\text{см}}{\text{с}}$	40	20	0	-20	-40	-60
$\Delta r_x, \text{ см}$	0	30	40	30	0	-50



Выкарыстоўваючы атрыманыя значэнні, пабудуем графікі праекцый скорасці (мал. 84, а) і перамяшчэння (мал. 84, б, графік 1) за прамежак часу ад 0 да 5 с.

Графік каардынаты атрымаем, зрушыўшы графік праекцыі перамяшчэння на $x_0 = 50 \text{ см}$ уверх (графік 2 на малюнку 84, б). З графікаў і табліцы знаходзім: каардыната пункта павароту $x_1 = 90 \text{ см}$; шарык дасягнуў яго ў момант $t_{\pi} = 2,0 \text{ с}$; у пункце А шарык апынуўся пры $t_2 = 4,0 \text{ с}$, а ў пункце О — пры $t_3 = 5,0 \text{ с}$.

Адказ: $x_{\pi} = 90 \text{ см}$; $t_{\pi} = 2,0 \text{ с}$;
 $t_2 = 4,0 \text{ с}$; $t_3 = 5,0 \text{ с}$.

Мал. 84

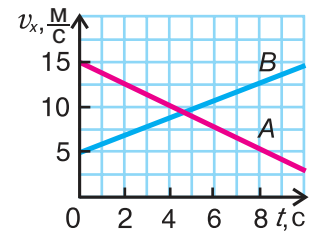
Практыкаванне 8

1. Дзеці з'язджаюць з горкі на санках за час $t = 3,0$ с, рухаючыся з пастаянным паскарэннем $a = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Пачатковая скорасць руху санак роўна нулю. Вызначыце даўжыню горкі.

2. Электравоз, набліжаючыся да станцыі са скорасцю $v = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, пачынае раўнамерна тармазіць і праз час $t = 1,0$ мін спыняецца. Вызначыце тармажны шлях электравоза. З якім паскарэннем рухаўся электравоз?

3. Праекцыя скорасці шарыка, які рухаецца па прамалінейным жолабе, залежыць ад часу па законе $v_x = A + Bt$, дзе $A = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, $B = 2,0 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце праекцыю пачатковай скорасці і праекцыю паскарэння шарыка. Знайдзіце залежнасць праекцыі перамяшчэння Δr_x шарыка ад часу. Знайдзіце значэнні v_x і Δr_x у момант часу $t = 6,0$ с. Пабудуйце графікі праекцый скорасці і перамяшчэння шарыка.

4. Па графіках праекцыі скорасці матацыклістаў, якія рухаюцца прамалінейна (мал. 85), пабудуйце графікі праекцый іх паскарэння і перамяшчэння. Ахарактарызуйце гэтыя рухі. Чаму роўны адносіны шляхоў, пройдзеных кожным матацыклістам да момантаў часу $t_1 = 4,0$ с і $t_2 = 8,0$ с ад пачатку руху? Запішыце кінематычны закон руху кожнага з матацыклістаў, лічачы $x_0 = 0$.



Мал. 85



5. Пад'ёмны кран паднімае груз са стану спакою з пастаянным паскарэннем $a = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Як адносяцца шляхі, якія груз пераадоляе за 1, 2, 3 і 4-ю секунды руху? Пацвердзіце адказ графікам залежнасці модуля скорасці руху грузу ад часу.

6. Кінематычны закон руху кінутага ўверх мяча ў час гульні дзяцей на пляцоўцы мае выгляд $y = At - Bt^2$, дзе $A = 15,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначыце шлях, модуль перамяшчэння і каардынату мяча да момантаў часу $t_1 = 1,0$ с, $t_2 = 2,0$ с і $t_3 = 3,0$ с ад пачатку руху. Пабудуйце графікі залежнасці ад часу праекцый паскарэння і скорасці, каардынаты мяча, модуля перамяшчэння і шляху.



7. Аўтамабіль першую палавіну шляху рухаўся раўнамерна са скорасцю $v_1 = 36 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, а другую — роўнапаскорана. Вызначыце сярэдняю скорасць руху аўтамабіля на ўсім маршруце, калі ў канцы руху скорасць $v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



8. Пасажыр, які стаяў на платформе ў пачатку адыходзячага цягніка, вызначыў, што першы вагон прайшоў міма яго за час $t_1 = 4$ с, а ўвесь цягнік — за $t_2 = 16$ с. Колькі вагонаў было ў цягніка? За які час прайшоў міма пасажыра апошні вагон? Рух цягніка лічыць роўнапаскораным, а вагоны — аднолькавымі.

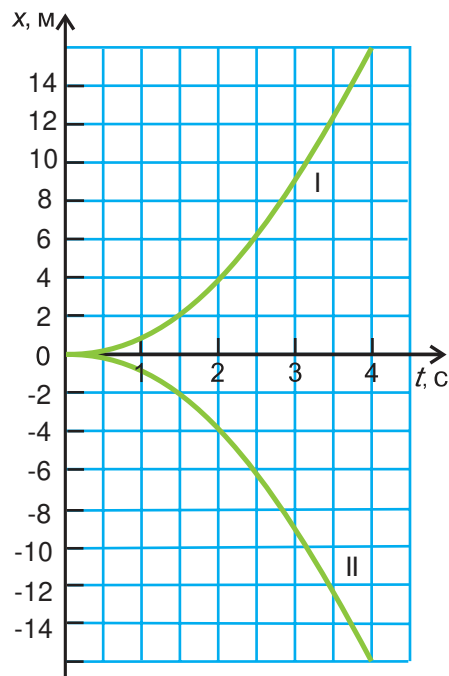
9. Графікі руху для двух веласіпедыстаў (мал. 86) з'яўляюцца парабаламі з вяршыняй у пачатку каардынат. Чым адрозніваюцца рухі веласіпедыстаў? Чаму роўны праекцыі на вось Ox паскарэнняў і пачатковых скарасцей руху для кожнага з веласіпедыстаў? Якія праекцыі і модулі скарасцей руху веласіпедыстаў пры $t = 3,0$ с?



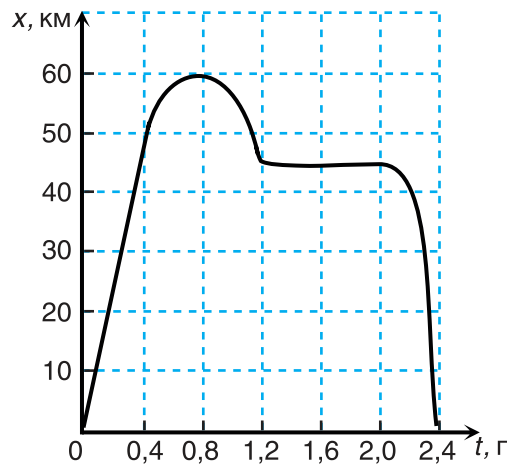
10. Выкарыстоўваючы графік залежнасці каардынаты транспартнага сродку ад часу (мал. 87), апішыце рух дадзенага транспартнага сродку.

Па графіку каардынаты пабудуйце графік скорасці руху гэтага транспартнага сродку. Як змянялася скорасць яго руху?

Руху якога транспартнага сродку можа адпавядаць гэты графік? Чаму?



Мал. 86



Мал. 87



§ 13.

Крывалінейны рух. Лінейная і вуглавая скорасці

Мы вивучылі прамалінейны рух — раўнамерны і роўнапераменны. Крывалінейны рух (мал. 88, а, б) сустракаецца значна часцей. Якія заканыямамернасці такога руху?

Няхай цела рухаецца па крывалінейнай траекторыі, паказанай на малюнку 88, в. Яе (як і любую іншую) можна прыбліжана разбіць на прамалінейныя ўчасткі ($МК$, $АВ$, ...) і дугі акружнасцей ($КА$, $ВD$, ...) адпаведных радыусаў.

Прамалінейны рух мы вивучылі. Разгледзім цяпер рух цела (лічачы яго матэрыяльным пунктам) па акружнасці (мал. 89).

Каб ахарактарызаваць становішча цела, праводзяць вектар $\vec{R}$ з цэнтра акружнасці ў той пункт траекторыі, дзе ў дадзены момант гэта цела знаходзіцца. Вектар $\vec{R}$ называюць **радыус-вектарам**.

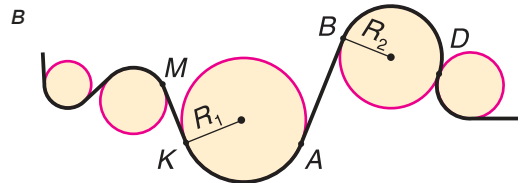
На малюнку 89 радыус-вектар $\vec{R}_1$ паказвае, дзе знаходзіцца цела ў момант часу t_1 , а радыус-вектар $\vec{R}_2$ — у момант t_2 .

Цела рухаецца па акружнасці, а радыус-вектар выконвае вярчальны рух. За час $\Delta t = t_2 - t_1$ цела пройдзе шлях, роўны даўжыні дугі AB , а радыус-вектар павернецца на вугал $\Delta\varphi$.

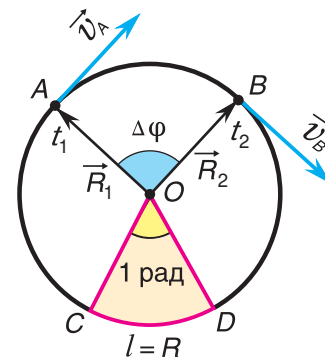
У СІ вугал павароту вымяраецца ў **радыанах** (скарочана — *рад*). Вугал у **1 рад** — гэта **цэнтральны вугал**, даўжыня дугі якога роўна радыусу акружнасці (мал. 89, вугал COD).

Значыць, калі цела пройдзе па акружнасці шлях s , то вугал павароту $\Delta\varphi$, выражаны ў радыянах, будзе роўны

$$\Delta\varphi = \frac{s}{R}. \quad (1)$$



Мал. 88



Мал. 89

Для аднаго поўнага абароту па акружнасці шлях $s = 2\pi R$, а вугал павароту $\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi$ рад. Значыць, 2π рад = 360° , а 1 рад = $\frac{360^\circ}{2\pi} \approx 57,30^\circ \approx 57^\circ 18'$.

Рухаючыся па траекторыі, у кожны момант часу цела мае імгненную скорасць $\vec{v}$, накіраваную па датычнай да акружнасці (мал. 89). Пры разглядзе руху па акружнасці яе прынята называць *лінейнай скорасцю*.

Разгледзім самы просты з крывалінейных рухаў — *рух па акружнасці, пры якім за любыя роўныя прамежкі часу цела (матэрыяльны пункт) праходзіць аднолькавыя шляхі*. У гэтым выпадку модуль лінейнай скорасці $v = \text{const}$. Аднак скорасць руху $\vec{v}$ як вектарная велічыня непастаянная ($\vec{v} \neq \text{const}$), паколькі яе напрамак безупынна змяняецца (мал. 89).

Калі цела рухаецца па акружнасці са скорасцю, модуль якой $v = \text{const}$, яго радыус-вектар $\vec{R}$ выконвае *раўнамернае вярчэнне*. Хуткасць вярчальнага руху характарызуюць *вуглавой скорасцю*. Яе абазначаюць літарай ω (амега). Пры раўнамерным вярчэнні **вуглавая скорасць роўна адносіне вугла павароту $\Delta\varphi$ радыус-вектара да прамежку часу Δt , за які гэты паварот адбыўся**:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \quad (2)$$

Пры раўнамерным вярчэнні вуглавая скорасць ω пастаянная, а яе лікавае значэнне роўна вуглу павароту радыус-вектара за адзінку часу.

Адзінка вуглавой скорасці ў СІ — *1 радыян у секунду* $\left(1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$.

Як звязаны модуль лінейнай скорасці v з вуглавой скорасцю ω ? Падставіўшы $\Delta\varphi = \frac{s}{R}$ у формулу $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, атрымаем: $\omega = \frac{s}{R\Delta t}$. Адносіна $\frac{s}{\Delta t} = v$. Значыць, сувязь паміж вуглавой скорасцю і модулем лінейнай скорасці выражаецца формулай

$$\omega = \frac{v}{R}. \quad (3)$$

Раўнамернае вярчэнне характарызуюць таксама перыядам абарачэння, які абазначаецца літарай T . Ён **роўны часу, за які цела (матэрыяльны пункт) робіць адзін поўны абарот па акружнасці**.

За прамежак часу $\Delta t = T$ радыус-вектар паварочваецца на вугал $\Delta\varphi = 2\pi$. Значыць, згодна з формулай (2)

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4)$$

З перыядам і вуглавой скорасцю звязана частата вярчэння. Яе звычайна абазначаюць грэчаскай літарай ν (ню).

Частата вярчэння роўна адносіне колькасці абаротаў N да прамежку часу Δt , за які яны выкананы:

$$\nu = \frac{N}{\Delta t}. \quad (5)$$

З формулы (5) вынікае: частата вярчэння роўна колькасці абаротаў за адзінку часу. Адзінкай частаты ў СІ з'яўляецца *1 абарот у секунду*, або $\frac{1}{с} = с^{-1}$.

За прамежак часу, роўны перыяду ($\Delta t = T$), выконваецца адзін абарот: $N = 1$. Тады згодна з формулай (5)

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad (6)$$

г. зн. частата вярчэння ν — велічыня, адваротная перыяду T .

З формул (4) і (6) вынікае сувязь паміж вуглавой скорасцю і частатой вярчэння:

$$\omega = 2\pi\nu. \quad (7)$$

Вуглавая скорасць прапарцыянальна частаце вярчэння.

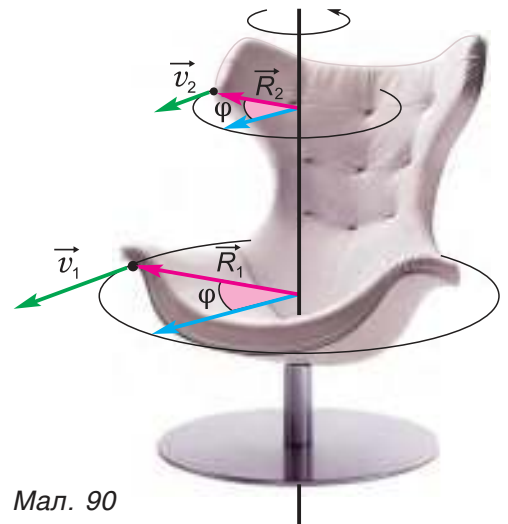
Мы разгледзелі рух матэрыяльнага пункта па акружнасці. Разгледзім цяпер раўнамернае вярчэнне цела вакол нерухомай восі (мал. 90).

Пункты, што размешчаны на восі, знаходзяцца ў стане спакою. Астатнія пункты цела апісваюць акружнасці, якія ляжаць у плоскасцях, перпендыкулярных восі вярчэння. Вуглы павароту $\Delta\varphi$ радыус-вектараў гэтых пунктаў за адзін і той жа час аднолькавыя. Значыць, аднолькавыя *перыяд T , частата ν і вуглавая скорасць ω* усіх гэтых пунктаў.

У той жа час модулі лінейных скорасцей пунктаў цела розныя. Яны залежаць ад адлегласці R пункта да восі вярчэння (мал. 90). Згодна з формулай (3)

$$v = \omega R.$$

Модулі лінейных скорасцей пунктаў цела, якое раўнамерна верціцца вакол нерухомай восі, прама прапарцыянальны адлегласці да гэтай восі.



Мал. 90

Галоўныя вывады

1. Вуглавая скорасць вярчальнага руху лікава роўна вуглу павароту радыус-вектара за адзінку часу.
2. Адзінка вуглавой скорасці — 1 радыян у секунду.
3. Частата вярчэння ёсць велічыня, адваротная перыяду.

? Кантрольныя пытанні

1. Ці можа быць пастаяннай лінейная скорасць цела пры яго руху па акружнасці? Ці можа быць пастаянным модуль гэтай скорасці? Чаму?
2. Які фізічны сэнс мае вуглавая скорасць? У якіх адзінках яна вымяраецца?
3. Як вуглавая скорасць звязана з лінейнай?
4. Як звязаны перыяд абарачэння з вуглавой скорасцю? Частотой вярчэння?
5. Ці аднолькавыя перыяды абарачэння пунктаў цела, якое верціцца вакол восі? Ці аднолькавыя лінейныя скорасці гэтых пунктаў? Чаму?



Прыклад рашэння задачы

Вал электрарухавіка кавамоўкі выконвае $N = 45$ абаротаў за час $t = 6,0$ с. Вызначыце перыяд, частату і вуглавую скорасць раўнамернага вярчэння вала.

Дадзена:

$$N = 45$$

$$t = 6,0 \text{ с}$$

$$T — ?$$

$$\nu — ?$$

$$\omega — ?$$

Рашэнне

Частата вярчэння вала:

$$\nu = \frac{N}{t}; \quad \nu = \frac{45}{6,0 \text{ с}} = 7,5 \text{ с}^{-1}.$$

Улічваючы сувязь паміж перыядам і частотой, знаходзім:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{7,5 \text{ с}^{-1}} = 0,13 \text{ с}.$$

Вуглавая скорасць:

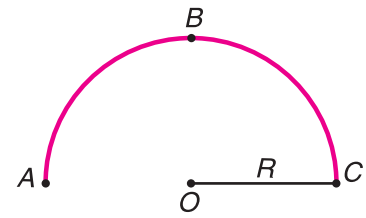
$$\omega = 2\pi\nu = 6,28 \text{ рад} \cdot 7,5 \text{ с}^{-1} = 47 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

$$\text{Адказ: } T = 0,13 \text{ с}; \quad \nu = 7,5 \text{ с}^{-1}; \quad \omega = 47 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Практыкаванне 9

1. Колькі радыян змяшчае цэнтральны вугал, даўжыня дугі якога роўна дыяметру акружнасці? Палове даўжыні акружнасці?

2. Жолаб, сагнуты ў выглядзе паловы акружнасці радыусам R , ляжыць на стала (мал. 91, выгляд зверху). Па жолабе з пункта A ў пункт C перамясціўся шарык. Які шлях ён прайшоў? Чаму роўны модуль перамяшчэння шарыка? Намалюйце вектары перамяшчэнняў шарыка і лінейных скарасцей шарыка ў пунктах A , B і C , лічачы модуль скорасці руху шарыка $v = \text{const}$.



Мал. 91

3. Выкарыстаўшы рашэнне папярэдняй задачы, знайдзіце і намалюйце вектары: $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_B - \vec{v}_A$, $\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}_C - \vec{v}_B$ і $\Delta \vec{v}_3 = \vec{v}_C - \vec{v}_A$.

4. Чаму роўна адносіна шляху да модуля перамяшчэння пры руху шарыка (мал. 91): а) з пункта A ў пункт B ; б) з пункта A ў пункт C ? Які вывад з гэтых разлікаў можна зрабіць?

5. Вызначыце вуглавую скорасць, частату вярчэння і перыяд кола, якое раўнамерна верціцца, калі за прамежак часу $\Delta t = 1,0$ с яно выконвае чвэрць абароту.

6. Пры раўнамерным вярчэнні адно кола за час $t_1 = 8$ с выконвае $N_1 = 240$ абаротаў, а другое за час $t_2 = 40$ с выконвае $N_2 = 600$ абаротаў. У колькі разоў адрозніваюцца іх вуглавая скорасці? Іх перыяды і частоты вярчэння?

7. Барабан цэнтрыфугі для выкручвання бялізны верціцца раўнамерна з частатой $\nu = 600 \frac{1}{\text{мін}}$. Дыяметр барабана $d = 40$ см. Вызначыце перыяд і вуглавую скорасць вярчэння барабана. Знайдзіце модуль лінейнай скорасці пунктаў на яго паверхні.

8. Вызначыце перыяды, частоты і вуглавая скорасці вярчэння гадзіннікавай, мінутнай і секунднай стрэлак гадзінніка.

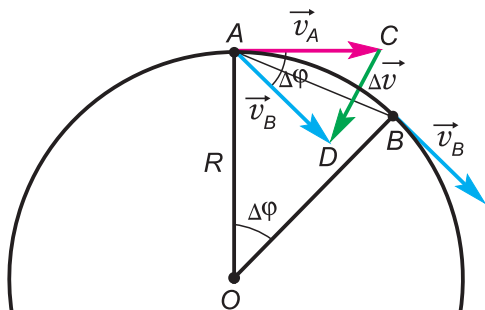
9. Вызначыце вуглавую і лінейную скорасці абарачэння Зямлі вакол Сонца. Адлегласць ад Зямлі да Сонца лічыце роўнай $R = 150\,000\,000$ км.



§ 14.

Паскарэнне пункта пры яго руху па акружнасці

Пры раўнамерным прамалінейным руху паскарэнне роўна нулю. А чаму паскарэнне ўзнікае пры руху па акружнасці? Як яно накіравана? Чаму роўны яго модуль?



Мал. 92

Няхай цела (разглядаемае як матэрыяльны пункт) рухаецца па акружнасці радыусам R са скорасцю, модуль якой не змяняецца ($v = \text{const}$). За прамежак часу Δt цела перамясцілася з пункта A ў пункт B (мал. 92). Змяненне скорасці $\Delta \vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A \neq \vec{0}$. Таму не роўна нулю і паскарэнне цела

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Знойдзем паскарэнне цела ў пункце A . Перанясём вектар $\vec{v}_B$ у гэты пункт і пабудуем вектар $\Delta \vec{v}$. Атрымаліся падобныя раўнабедраныя трохвугольнікі ACD і OAB . З іх падобнасці вынікае:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{R}, \quad (2)$$

дзе $\Delta v = |\Delta \vec{v}|$ — модуль змянення скорасці, $\Delta r = AB$ — модуль перамяшчэння. Падзелім абедзве часткі роўнасці (2) на Δt :

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \frac{1}{v} = \frac{\Delta r}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R}. \quad (3)$$

Пры малых Δt адносіна $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ практычна роўна модулю скорасці цела v , а адносіна $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ — модулю яго паскарэння a ў тым жа пункце.

У выніку роўнасць (3) прыме выгляд $\frac{a}{v} = \frac{v}{R}$, адкуль

$$a = \frac{v^2}{R}. \quad (4)$$

Формула (4) вызначае модуль паскарэння $\vec{a}$ ў выпадку руху цела па акружнасці пры $v = \text{const}$.

А які напрамак паскарэння $\vec{a}$? Ён супадае з напрамкам вектара $\Delta \vec{v}$ пры малых Δt . З малюнка 92 бачна, што чым меншы Δt і разам з ім вугал $\Delta \phi$, тым напрамак вектара $\Delta \vec{v}$ бліжэйшы да напрамку на цэнтр акружнасці.

Значыць, паскарэнне $\vec{a}$ накіравана па радыусе да цэнтра акружнасці. Таму яго называюць *цэнтраімклівым*. У той жа час вектар $\vec{a}$

перпендыкулярны скорасці $\vec{v}$ (г. зн. накіраваны па нармалі да яе). Таму паскарэнне $\vec{a}$ называюць таксама *нармальным* паскарэннем.

А як звязана цэнтраімклівае паскарэнне з вуглавой скорасцю? Падставіўшы ў формулу (4) выраз $v = \omega R$, знойдзем:

$$a = \omega^2 R. \quad (5)$$

Адсюль, улічваючы, што $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$, атрымаем яшчэ дзве карысныя формулы:

$$a = 4\pi^2\nu^2 R, \quad (6)$$

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (7)$$

Выведзіце самастойна выраз для цэнтраімклівага паскарэння праз вуглавую і лінейную скорасці:

$$a = \omega v. \quad (8)$$

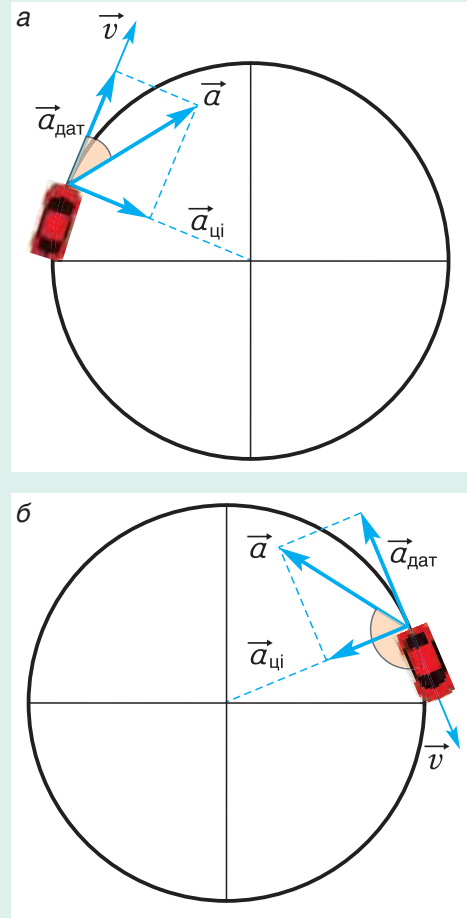
▼ Для дапытлівых

А як накіравана паскарэнне $\vec{a}$ цела, якое рухаецца па акружнасці, калі модуль яго скорасці $v \neq \text{const}$?

На малюнку 93, а (выгляд зверху) аўтамабіль, які імчыцца па кальцавой трасе, набірае скорасць. Паскарэнне аўтамабіля $\vec{a}$ роўна суме двух складальнікаў: $\vec{a} = \vec{a}_{\text{цi}} + \vec{a}_{\text{дат}}$. Цэнтраімклівае паскарэнне $\vec{a}_{\text{цi}}$ абумоўлена змяненнем *напрамку* скорасці. А датычнае да траекторыі паскарэнне $\vec{a}_{\text{дат}}$ узнікае з-за змянення *модуля* скорасці. Пры наборы скорасці вектар $\vec{a}_{\text{дат}}$ накіраваны гэтак жа, як $\vec{v}$, а вектар $\vec{a}$ ўтварае з $\vec{v}$ востры вугал.

На малюнку 93, б аўтамабіль тармозіць. Модуль скорасці памяншаецца, складальнік $\vec{a}_{\text{дат}}$ накіраваны супраць вектара $\vec{v}$, а вугал паміж паскарэннем $\vec{a}$ і скорасцю $\vec{v}$ — тупы.

У абодвух выпадках модуль паскарэння $a = \sqrt{a_{\text{цi}}^2 + a_{\text{дат}}^2}$.



Мал. 93

Галоўныя вывады

1. Цела, якое рухаецца па акружнасці са скорасцю, модуль якой $v = \text{const}$, мае цэнтраімклівае паскарэнне.
2. Цэнтраімклівае паскарэнне перпендыкулярна скорасці і накіравана да цэнтра акружнасці.
3. Модуль цэнтраімклівага паскарэння $a = \frac{v^2}{R}$.

Кантрольныя пытанні

1. У якім выпадку паскарэнне выклікана: а) змяненнем толькі модуля скорасці; б) змяненнем толькі напрамку скорасці?
2. Чаму паскарэнне пры руху пункта па акружнасці з пастаянным модулем скорасці называюць: а) цэнтраімклівым; б) нармальным?
3. Як цэнтраімклівае паскарэнне звязана з лінейнай скорасцю і радыусам акружнасці?



Прыклад рашэння задачы

Перыяд вярчэння T_1 першага кола ў 4 разы большы за перыяд вярчэння T_2 другога кола, а яго радыус R_1 у 2 разы меншы за радыус R_2 другога кола. У якога кола большае цэнтраімклівае паскарэнне пунктаў на яго вобадзе? У колькі разоў?

Дадзена:

$$\frac{T_1}{T_2} = 4$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 2$$

$$\frac{a_2}{a_1} = ?$$

Рашэнне

Згодна з формулай (6) адносіна модуляў цэнтраімклівых паскарэнняў пунктаў на вобадзе другога і першага кола:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2} : \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$

Па ўмове задачы:

$$R_2 = 2R_1; T_1 = 4T_2.$$

Тады

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2R_1}{R_1} \cdot \frac{16T_2^2}{T_2^2} = 32.$$

Адказ: $\frac{a_2}{a_1} = 32.$

Практыкаванне 10

1. Карусель (мал. 94, выгляд зверху) раўнамерна верціцца з частатой $\nu = 0,10 \frac{1}{\text{с}}$. Вызначыце вуглавую скорасць вярчэння каруселі. Знайдзіце лінейную скорасць і паскарэнне «ракеты». Лічыце «ракету» матэрыяльным пунктам, які знаходзіцца на адлегласці $R = 5,0$ м ад восі вярчэння каруселі.

2. Рэактыўны самалёт ляціць па дузе радыусам $R = 6$ км са скорасцю, модуль якой пастаянны і роўны $v = 1800 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце паскарэнне самалёта.

3. Вызначыце цэнтраімклівае паскарэнне руху Зямлі вакол Сонца па кругавой арбіце радыусам $R = 1,5 \cdot 10^8$ км.

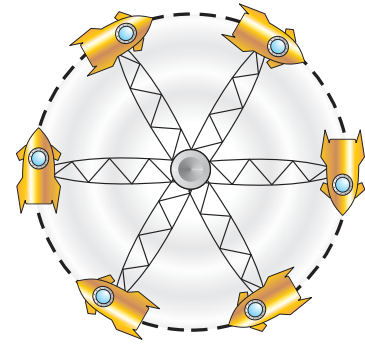
4. Модуль скорасці крайніх пунктаў дыска, які раўнамерна верціцца, $v = 55 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а модуль цэнтраімклівага паскарэння гэтых пунктаў $a = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}^2}$. Знайдзіце радыус дыска.

5. Ротар гідратурбіны верціцца раўнамерна з вуглавой скорасцю $\omega = 4,0 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. Вызначыце перыяд вярчэння ротара, а таксама паскарэння пунктаў ротара, якія знаходзяцца на адлегласцях $R_1 = 20$ см і $R_2 = 50$ см ад восі вярчэння.

6. Па арэне цырка па акружнасці дыяметрам $d = 13$ м рухаецца веласіпедыст. Модуль яго лінейнай скорасці $v = \text{const.}$ За час $t = 22$ с радыус-вектар, які задае яго становішча, павярнуўся на вугал $\Delta\varphi = 5\pi$ рад. Вызначыце вуглавую і лінейную скорасці веласіпедыста, а таксама шлях і перамяшчэнне, выкананыя ім за гэты час.

7. У колькі разоў модулі лінейнай скорасці і паскарэння канца мінутнай стрэлкі гадзінніка на вежы Прывакзальнай плошчы Мінска (мал. 95) большыя за модулі скорасці і паскарэння канца гадзіннікавай стрэлкі? Даўжыня мінутнай стрэлкі $R_1 = 1,70$ м, даўжыня гадзіннікавай стрэлкі $R_2 = 1,30$ м.

8. Вызначыце цэнтраімклівае паскарэнне аўтамабіля, які праяджае сярэдзіну выпуклага моста (мал. 96) са скорасцю, модуль якой пастаянны і роўны $v = 36 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Радыус дугі моста $R = 40$ м.



Мал. 94



Мал. 95



Мал. 96

9. Матацыкліст выконвае цыркавы нумар, рухаючыся ў гарызантальнай плоскасці па вертыкальнай сцяне (мал. 97, выгляд зверху) па акружнасці радыусам $R = 9,0$ м. Вызначыце лінейную скорасць матацыкліста, калі модуль яго цэнтраімклівага паскарэння $a = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Матацыкліста лічыце матэрыяльным пунктам.



Мал. 97



10. Вызначыце лінейныя скорасці і цэнтраімклівыя паскарэнні пунктаў на паверхні Зямлі: а) на экватары; б) на шыраце $\varphi = 60^\circ$. Радыус Зямлі прыміце роўным $R = 6400$ км.

11. Верталёт роўназапаволена зніжаецца па вертыкалі з некаторай вышыні. Модуль паскарэння верталёта $a = 0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. За час зніжэння вінт верталёта, верцячыся раўнамерна з частотой $\nu = 300 \frac{\text{аб}}{\text{мін}}$, выканаў $N = 120$ абаротаў. З якой вышыні зніжаўся верталёт, калі да моманту пасадкі яго скорасць паменшылася да нуля?

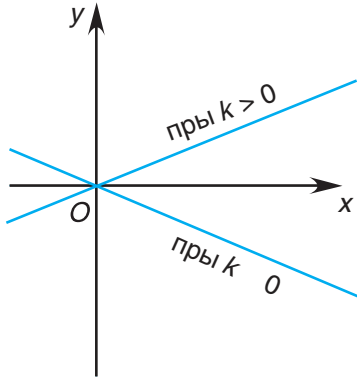
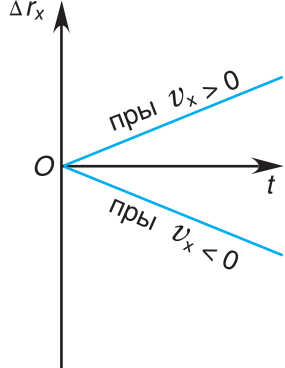
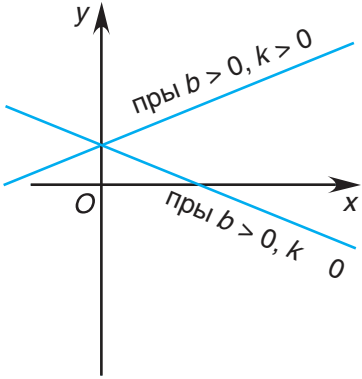
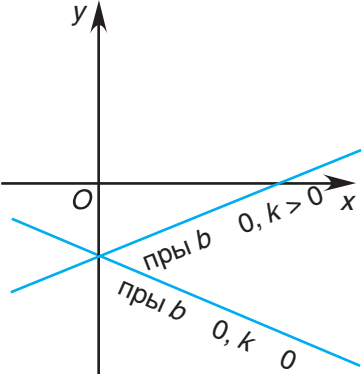
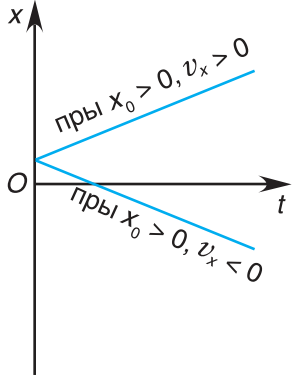
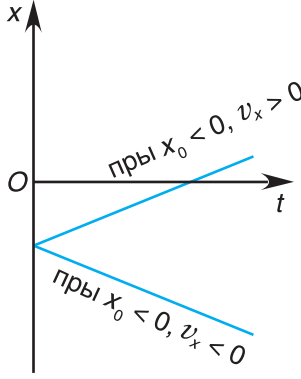


12. Па формуле $a = \frac{v^2}{R}$ цэнтраімклівае паскарэнне адваротна прапарцыянальна радыусу R , а па формуле $a = \omega^2 R$ — прама прапарцыянальна яму. Ці няма ў гэтым супярэчнасці? Растлумачце на прыкладах.

Асноўныя кінематычныя велічыні і іх графікі

Функцыя ў матэматыцы	Графік функцыі	Залежнасць у фізіцы	Графік залежнасці
Пастаянная велічыня $y = b$, дзе $b = \text{const}$		Праекцыя скорасці пры раўнамерным руху $v_x = \text{const}$	
		Праекцыя паскарэння пры роўнапераменным руху $a_x = \text{const}$	

Працяг

Функцыя ў матэматыцы	Графік функцыі	Залежнасць у фізіцы	Графік залежнасці
Прамая прапарцыянальная залежнасць $y = kx$, дзе $k = \text{const}$		Праекцыя перамяшчэння пры раўнамерным руху $\Delta r_x = v_x t$, дзе $v_x = \text{const}$	
Лінейная функцыя $y = kx + b$, дзе $k = \text{const}$, $b = \text{const}$	Графік функцыі  	Каардыната пры раўнамерным руху $x = x_0 + v_x t$, дзе $x_0 = \text{const}$, $v_x = \text{const}$	 

Функцыя ў матэматыцы	Графік функцыі	Залежнасць у фізіцы	Графік залежнасці
		Праекцыя скорасці пры роўнапераменным руху $v_x = v_{0x} + a_x t,$ дзе $v_{0x} = \text{const},$ $a_x = \text{const}$	
Квадратичная функцыя $y = ax^2 + bx + c,$ дзе $a = \text{const} \neq 0,$ $b = \text{const},$ $c = \text{const}$	$a > 0, b = 0, c = 0$ $b > 0, c = 0$	Праекцыя перамяшчэння пры роўнапераменным руху $\Delta r_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$ дзе $v_{0x} = \text{const},$ $a_x = \text{const}$	$v_{0x} > 0$
		Каардыната пры раўнамерным руху $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2},$ дзе $x_0 = \text{const},$ $v_{0x} = \text{const},$ $a_x = \text{const}$	Графік каардынаты атрымліваецца шляхам зруху графіка праекцыі перамяшчэння на x_0: уверх (пры $x_0 > 0$), уніз (пры $x_0 < 0$)



Тэмы праектных заданняў па раздзеле «Асновы кінематыкі»

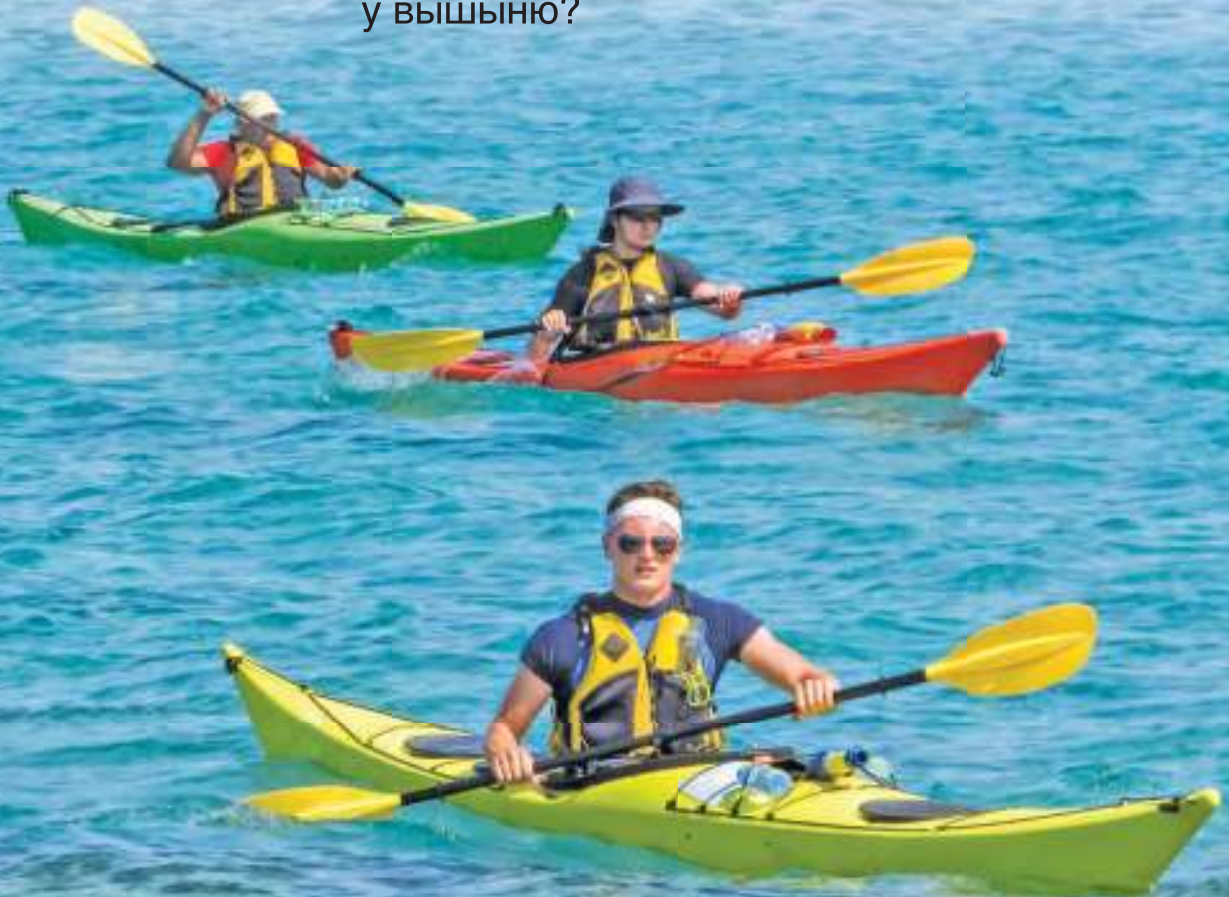
1. Час і яго вымярэнне.
2. Фізіка ў маёй будучай прафесіі.
3. Аналогіі паміж паступальным і вярчальным рухамі.
4. Спосабы лічэння часу. Каляндар.
5. Аптымальны варыянт майго руху з дому ў школу.
6. Прыборы для вымярэння скорасці і паскарэння.

2

Асновы дынамікі



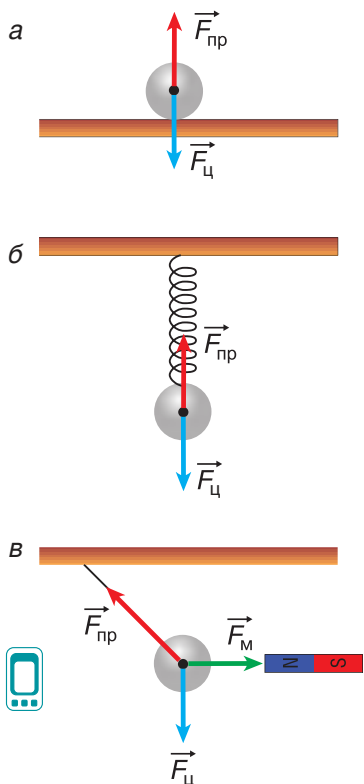
- Ці трэба прыкладаць да цела сілу, каб яно рухалася з пастаяннай скорасцю?
- Чаму кінуты ўверх мяч упадзе на Зямлю, а спадарожнік застанецца на арбіце?
- Чаму па гладкім лёдзе лёгка слізгаць, але цяжка ісці?
- Калі чалавек знаходзіцца ў стане бязважкасці: пры плаванні пад вадой або пры скачку ў вышыню?





§ 15.

Узаемадзеянне цел. Сіла. Інерцыяльныя сістэмы адліку. Першы закон Ньютана



Мал. 98



Мал. 99

Вам ужо вядома, што целы вакол нас узаемадзейнічаюць адно з адным. Якім заканамернасцям падпарадкоўваюцца ўзаемадзеянні цел? Як яны ўплываюць на механічны рух цел? Адказы на гэтыя пытанні дае раздзел фізікі — дынаміка.

Разгледзім узаемадзеянне сталёнага шарыка з рознымі цэламі (мал. 98, а, б, в). Шарык знаходзіцца ў стане спакою.

З якімі цэламі ўзаемадзейнічае шарык у выпадку а? З Зямлёй і апорай.

Колькаснай мерай узаемадзеяння, як вам вядома, з'яўляецца сіла. Зямля прыцягвае шарык сілай цяжару $\vec{F}_ц$ пры дапамозе поля прыцягнення (палявое ўзаемадзеянне). Апора дзейнічае на шарык сілай пругкасці $\vec{F}_пр$. Гэта кантактнае ўзаемадзеянне.

Сілы, якія дзейнічаюць, кампенсуюць адна адну ($\vec{F}_ц + \vec{F}_пр = \vec{0}$). Шарык знаходзіцца ў стане спакою адносна апоры.

У выпадку б сіла пругкасці дзейнічае на шарык з боку расцягнутай sprужыны. У абодвух выпадках шарык узаемадзейнічаў з двума цэламі: Зямлёй і апорай (мал. 98, а), з Зямлёй і sprужынай (мал. 98, б). Значыць, колькасць сіл, прыкладзеных да цела, роўна колькасці цел, з якімі дадзенае цела ўзаемадзейнічае.

У зямных умовах любое цела ўзаемадзейнічае хоць бы з адным цэла (Зямлёй).

У выпадку в на шарык дзейнічаюць тры целы: Зямля з сілай $\vec{F}_ц$, нітка з сілай $\vec{F}_пр$ і магніт з сілай $\vec{F}_м$. Сума ўсіх сіл, прыкладзеных да шарыка, як і ў выпадках а і б, роўна нулю: $\vec{F}_ц + \vec{F}_пр + \vec{F}_м = \vec{0}$. Шарык знаходзіцца ў стане спакою адносна Зямлі.

А пры якой умове шарык захоўваў бы стан раўнамернага прамалінейнага руху?

Штодзённы вопыт сведчыць: каб цела рухалася раўнамерна, яго трэба цягнуць або штурхаць (мал. 99), прыкладаючы сілу. Скончыцца дзеянне сілы — цела,

якое рухаецца, рана ці позна спыніцца. Так лічылі і вядомыя вучоныя старажытнасці, напрыклад Арыстоцель. Абвергнуць гэтыя ўяўленні змог у першай палове XVII ст. італьянскі вучоны Галілеа Галілей.

Правядзём дослед, падобны да доследаў Галілея. Пусцім з некаторай вышыні жалезны шарык па нахіленым жолабе (мал. 100). Шарык скочваецца з жолаба і працягвае рух па гарызантальнай паверхні стала, накрывае тканінай (мал. 100, а), кардонам (мал. 100, б), шклом (мал. 100, в).

Дослед паказвае, што па шкле шарык пракоціцца далей за ўсё. Чаму? Таму што ў гэтым выпадку трэнне было найменшым. А калі б трэння не было зусім? На шарык дзейнічалі б толькі дзве сілы: сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла пругкасці $\vec{F}_пр$ (мал. 101), якія кампенсуюць адна адну. Шарык рухаўся б з пастаяннай скорасцю неабмежавана доўга.

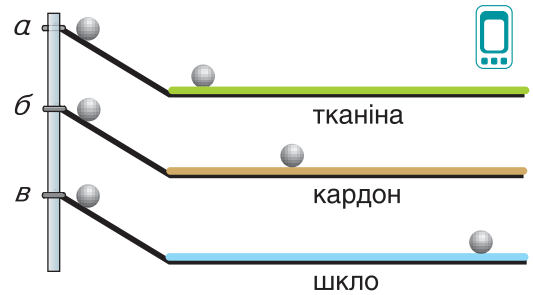
Галілей зрабіў выснову: скорасць руху цела застаецца пастаяннай, калі на цела не дзейнічаюць сілы або калі сілы дзейнічаюць, але кампенсуюць адна адну. Такі рух называюць рухам па інерцыі.

Развіваючы ідэі Галілея, у 1687 г. Ісаак Ньютан сфармуляваў сцверджанне, якое атрымала назву *першы закон Ньютана* (або *закон інерцыі*): усякае цела знаходзіцца ў стане спакою або раўнамернага прамалінейнага руху да таго часу, пакуль на яго не падзейнічаюць сілы.

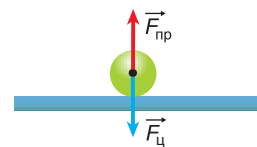
У першым законе Ньютана заключана найважнейшая ідэя механікі. Дзейнічаць на цела сілай неабходна не для таго, каб захаваць яго скорасць пастаяннай, а для таго, каб змяніць яе. Сіла патрэбна як для змянення *модуля* скорасці, так і для змянення яе *напрамку*.

Мы ведаем, што скорасць цела залежыць ад сістэмы адліку. А ці ў любой сістэме адліку выконваецца першы закон Ньютана?

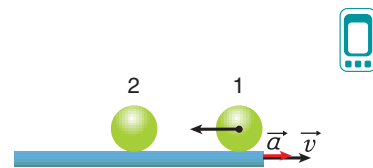
Правядзём у паскораны рух апору, на якой у стане спакою знаходзіцца шарык (гл. мал. 101). Адносна апоры шарык пачне рухацца паскорана ў процілеглы бок (ад становішча 1 да становішча 2) (мал. 102). Але ж на шарык дзейнічалі тыя ж сілы $\vec{F}_ц$ і $\vec{F}_пр$, якія па-ранейшаму кампенсавалі адна адну: $\vec{F}_ц + \vec{F}_пр = \vec{0}$.



Мал. 100



Мал. 101



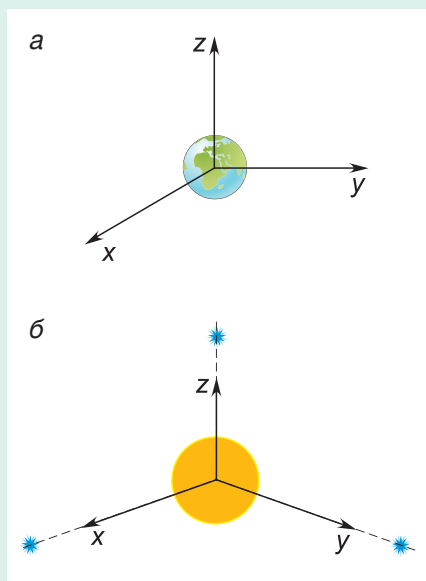
Мал. 102

Якая ж сіла выклікала рух шарыка? Такой сілы няма. Проста першы закон Ньютана выконваецца ў сістэме адліку, якая знаходзіцца ў стане спакою адносна Зямлі, але не выконваецца ў сістэме адліку, звязанай з апорай, што рухаецца паскорана.

Сістэмы адліку, адносна якіх целы знаходзяцца ў стане спакою або рухаюцца раўнамерна і прамалінейна, калі на іх не дзейнічаюць сілы (або сілы скампенсаваны), называюцца *інерцыяльнымі*.

Значыць, сістэма адліку, звязаная з Зямлёй, з'яўляецца *інерцыяльнай сістэмай адліку*, а сістэма адліку, звязаная з апорай, якая рухаецца адносна Зямлі паскорана, — *неінерцыяльнай*. Існаванне сістэм адліку, блізкіх да інерцыяльных, — найважнейшы, правераны эксперыментальна факт. Таму першаму закону Ньютана даюць наступную фармулёўку: **існуюць сістэмы адліку, адносна якіх любое цела рухаецца раўнамерна і прамалінейна, калі на яго не дзейнічаюць сілы або дзеянне сіл скампенсавана.**

▼ Для дапытлівых



Мал. 103

Доследы паказваюць, што сістэму адліку, звязаную з Зямлёй, — геацэнтрычную сістэму (мал. 103, а) — можна лічыць інерцыяльнай толькі прыбліжна. Значна больш блізкая да інерцыяльнай геліяцэнтрычная сістэма адліку. Яе пачатак каардынат звязаны з Сонцам, а восі каардынат накіраваны на далёкія зоркі (мал. 103, б).

Любая сістэма адліку, якая рухаецца адносна інерцыяльнай сістэмы паступальна, раўнамерна і прамалінейна, таксама будзе інерцыяльнай. Калі ж сістэма адліку рухаецца паскорана або верціцца адносна інерцыяльнай сістэмы, то яна будзе неінерцыяльнай.

Напрыклад, неінерцыяльныя сістэмы адліку — гэта сістэмы, звязаныя з ракетай на ўчастку разгону, з цягніком, што тармозіць, з каруселлю, якая верціцца, і да т. п.

Мы не заўважаем неінерцыяльнасці геацэнтрычнай сістэмы з-за таго, што Зямля верціцца вакол сваёй восі павольна (адзін абарот за 24 г).

Галоўныя вывады

1. Колькаснай мерай узаемадзеяння з'яўляецца сіла.
2. Калі ўсе сілы, якія дзейнічаюць на цела, скампенсаваны або іх няма, то цела знаходзіцца ў стане спакою або ў стане раўнамернага прамалінейнага руху.
3. Раўнамерны рух цела пры дзеянні на яго скампенсаваных сіл называецца рухам па інерцыі.
4. Сістэма адліку называецца інерцыяльнай, калі целы, на якія не дзейнічаюць сілы або дзейнічаюць скампенсаваныя сілы, знаходзяцца ў стане спакою або рухаюцца адносна яе раўнамерна і прамалінейна.
5. Першы закон Ньютана ў сучаснай фармулёўцы: «Існуюць сістэмы адліку, адносна якіх любое цела рухаецца раўнамерна і прамалінейна, калі на яго не дзейнічаюць сілы або дзеянне сіл скампенсавана».

? Кантрольныя пытанні

1. Якія ўзаемадзеянні (мал. 98, в, с. 68) з'яўляюцца кантактнымі, а якія — палявымі?
2. Як бы паводзіў сябе шарык (мал. 98, а, с. 68), калі б апору рухалі раўнамерна?
3. Што такое рух па інерцыі?
4. Ці можна лічыць інерцыяльнай сістэму адліку, звязаную з дыскам, які раўнамерна верціцца?

Практыкаванне 11

1. Якія целы дзейнічаюць на мяч, калі ён: а) ляжыць на паліцы; б) прыціснуты да зямлі нагой футбаліста?

2. Ці скампенсаваны дзеянні цел на шайбу, калі яна: а) знаходзіцца ў стане спакою на лёдзе; б) раўнамерна слізгае па лёдзе пад дзеяннем клюшкі хакеіста; в) слізгае па лёдзе з тармажэннем?

3. У якіх выпадках сістэма адліку, звязаная з аўтамабілем, з'яўляецца інерцыяльнай, калі аўтамабіль: а) раўнамерна рухаецца па шашы; б) роўнапаскорана і прамалінейна рухаецца па дарозе; в) выконвае разварот; г) раўнамерна паднімаецца на гару; д) раўнамерна спускаецца з гары; е) роўнапаскорана спускаецца з гары?

4. З якімі цэламі, вылучанымі курсівам, можна звязаць інерцыяльную сістэму адліку?

а) *Самалёт* разганяецца на ўзлётнай паласе; б) *Кропля* вады падае вертыкальна ўніз з паскарэннем; в) *Чалавек* ідзе з пастаяннай скорасцю па эскалатары метро, які раўнамерна рухаецца; г) *Аўтамабіль* рухаецца прамалінейна і раўнамерна; д) *Кабіна* кола агляду верціцца з пастаяннай вуглавой скорасцю.



§ 16.

Маса



Мал. 104

Часта замест слова «маса» мы гаворым «вага», а словы «масіўны» і «цяжкі» лічым сінонімамі. З пункту гледжання фізікі гэта грубая памылка.

Уявім, што на касмічнай станцыі, пабудаванай на Месяцы, праходзяць спаборніцтвы па падняцці штангі. На іх любы з вас змог бы падняць стакілаграмовую штангу! Ці лягчэйшая штанга на Месяцы, чым на Зямлі? Так. Ці меншая на Месяцы маса штангі? Не! Так што такое маса? Якія яе ўласцівасці?

У 7-м класе вы даведаліся, што:

- маса — мера інертнасці цела;
- сіла цяжару прама прапарцыянальна масе цела;
- маса цела залежыць ад колькасці рэчыва, якое ў

ім змяшчаецца;

- адзінкай масы ў СІ з'яўляецца 1 кілаграм (1 кг).

Як вымяраюць масу?

1. Вымярэнне масы цел шляхам узважвання

Існуюць розныя тыпы вагаў:

- рычажныя (мал. 104, а, б);
- спружынныя (мал. 104, в, г);
- электронныя (мал. 104, д).

Ва ўсіх выпадках, *вагі* — прыбор для вызначэння масы цела па сіле цяжару, якая дзейнічае на яго.

Як вы ведаеце, сіла цяжару прама прапарцыянальна масе цела:

$$F = mg. \quad (1)$$

Рычажныя вагі з роўнымі плячамі знаходзяцца ў раўнавазе, калі сілы цяжару цела, якое ўзважваюць, і набору гір будуць роўнымі: $m_{\text{цела}}g = m_{\text{гip}}g$, г. зн. пры $m_{\text{цела}} = m_{\text{гip}}$. Значыць, вынік узважвання цела на рычажных вагах не залежыць ад значэння каэфіцыента g і будзе адным і тым жа на Зямлі, Месяцы і любой планеце.

А як вымераць масу цела на спружынных вагах? Іх паказанні прапарцыянальны сіле цяжару. Сіла цяжару на Месяцы прыкладна ў 6 разоў меншая, чым на Зямлі. У столькі ж разоў меншымі будуць і паказанні спружынных вагаў.

Каб правільна вызначыць масу цела на спружынных вагах, трэба выканаць узважванне гіры-эталона масай $m_{\text{эт}} = 1$ кг. Параўнаўшы паказанні спружынных вагаў для цела і эталона $F = mg$ і $F_{\text{эт}} = m_{\text{эт}}g$, атрымаем:

$$\frac{m}{m_{\text{эт}}} = \frac{F}{F_{\text{эт}}}, \quad (2)$$

адкуль

$$m = m_{\text{эт}} \cdot \frac{F}{F_{\text{эт}}}. \quad (3)$$

Формула (3) выражае масу цела незалежна ад таго, дзе выконва-лася ўзважванне.

А ці можна знайсці масу цела, не выкарыстоўваючы сілу цяжару? Можна, параўноўваючы інертнасць цел.

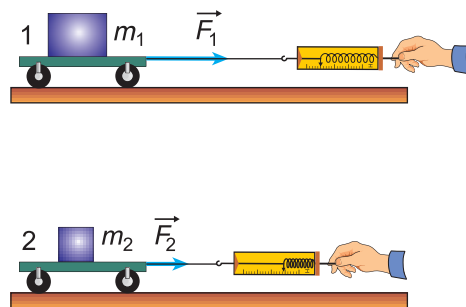
2. Параўнанне мас па інертнасці цел

Любое цела валодае ўласцівасцю рухацца па інерцыі, г. зн. захоўваць сваю скорасць нязменнай, калі на яго не дзейнічаюць сілы (або сілы кампенсуюць адна адну). Аднак адны целы лягчэй раз-агнаць (а разагнаўшы, спыніць), а іншыя — цяжэй. Напрыклад, для разгону або спынення нагружанай цялежкі на яе трэба дзейнічаць значна большай сілай, чым на парожнюю. Гружаная цялежка больш інертная.

Як вызначыць, у колькі разоў адно цела больш інертнае, чым іншае?

Правядзём дослед. Паставім на гарызантальную паверхню дзве лёгкія цялежкі, нагружаныя целамаі 1 і 2 адпаведна (мал. 105), здольныя каціцца амаль без трэння. Будзем разганяць цялежкі так, каб яны рухаліся з аднолькавым паскарэннем, не абганяючы і не адставаючы адна ад адной. Няхай для гэтага на цялежку 1 прыйшлося падзейнічаць сілай $\vec{F}_1$, у тры разы большай за сілу $\vec{F}_2$, прыкладзеную да цялежкі 2.

Значыць, цела 1 у тры разы больш інертнае за цела 2. Або, іншымі сло-



Мал. 105

вамi, *маса як мера інертнасці* ў цела 1 у тры разы большая, чым у цела 2.

Сучасныя, вельмі дакладныя доследы паказваюць, што параўнанне мас цел шляхам узважвання і шляхам параўнання іх інертнасці даюць аднолькавыя вынікі.

Напомнім яшчэ аб дзвюх практычна важных уласцівасцях масы:

- агульная маса m некалькіх цел роўна суме іх мас:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots; \quad (4)$$

- маса аднароднага цела аб'ёмам V роўна:

$$m = \rho V, \quad (5)$$

дзе ρ — шчыльнасць рэчыва, з якога складаецца цела.



Для дапытлівых

Масу як меру інертнасці называюць *інертнай масай*, а масу, якую вызначаюць па сіле прыцяжэння цел аднаго да другога, — *гравітацыйнай масай*.

Роўнасць інертнай і гравітацыйнай мас неаднакратна правяралася на доследзе.



Галоўныя вывады

1. Маса цела — мера яго інертнасці.
2. Маса цела — мера яго гравітацыйных уласцівасцей.
3. Маса дадзенага цела на Зямлі, на Месяцы, на касмічнай станцыі і г. д. аднолькавая.



Кантрольныя пытанні

1. Мерай якіх уласцівасцей цела з'яўляецца яго маса?
2. Чаму нагружаную цялежку цяжэй разагнаць або спыніць, чым ненагружаную?
3. Якімі спосабамі можна параўнаць масы двух цел? Якім з гэтых спосабаў можна карыстацца на арбітальнай станцыі?
4. Ці роўныя масы цела на Зямлі і на іншай планеце?

Практыкаванне 12

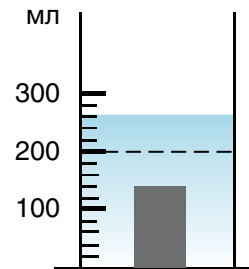
1. У колькі разоў маса Сонца большая за масу Зямлі? Месяца? Электрона?

2. Якая маса вады ў акварыуме памерамі $1 \times 1 \times 1$ м? Якая маса паветра ў гэтым жа аб'ёме (пры нармальных умовах)? Што большае: маса 1 м^3 бетону або 1 м^3 алюмінію? Якая маса 1 л вады; 1 л ртуті; 1 л бензіну?

3. Паказанні дынамометра, да якога падвешаны металічны цыліндр аб'ёмам $V = 100 \text{ см}^3$, роўны $P = 2,70 \text{ Н}$. Ці змяняцца паказанні дынамометра, калі дослед праводзіць на Месяцы? Чаму роўна маса цыліндра і яго шчыльнасць на Зямлі? На Месяцы? Прыняць $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

4. Бак мае даўжыню $a = 120 \text{ см}$, шырыню $b = 8,0 \text{ дм}$ і вышыню $c = 0,40 \text{ м}$. Якую масу вады можа змясціць гэты бак?

5. Металічны аднародны цыліндр мае масу $m = 164 \text{ г}$. Вызначыце, выкарыстоўваючы малюнак 106, шчыльнасць рэчыва цыліндра. Штрыхамі пазначаны ўзровень вады ў мензурцы да апускання цыліндра.



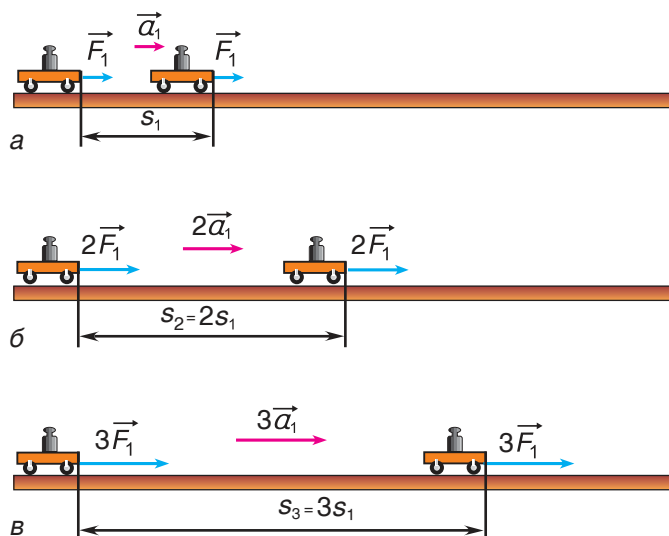
Мал. 106



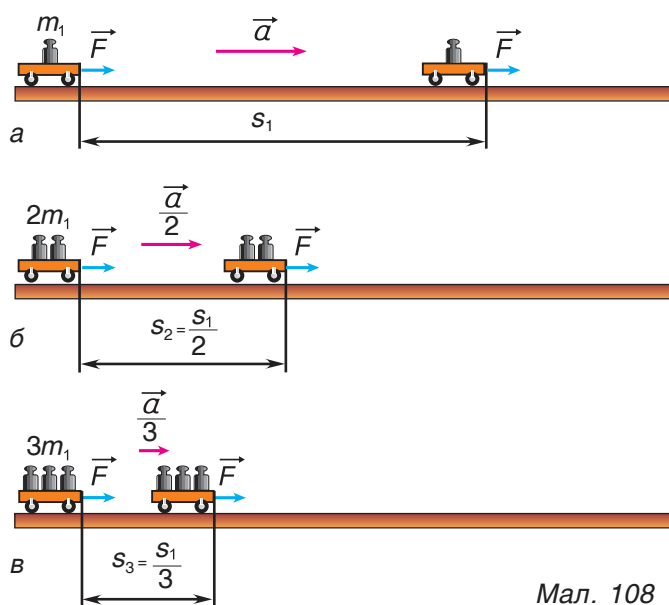
§ 17.

Другі закон Ньютана — асноўны закон дынамікі

Першы закон Ньютана адказвае на пытанне: «Як паводзіць сябе цела, калі на яго дзейнічаюць сілы, што кампенсуюць адна адну?» А што будзе з целам, калі сілы не скампенсаваны? На гэта пытанне дае адказ другі закон Ньютана.



Мал. 107



Мал. 108

Разгледзім дослед. Прыкладзём сілу $\vec{F}_1$ да цялежкі, якая знаходзіцца на гладкай гарызантальнай паверхні (мал. 107, а). Акрамя сілы $\vec{F}_1$, на цялежку дзейнічаюць сіла цяжару і рэакцыя апоры (на малюнку яны не паказаны), якія кампенсуюць адна адну. Сілу трэння качэння можна не ўлічваць. Таму сіла $\vec{F}_1$ роўна выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цялежкі. Пад дзеяннем сілы $\vec{F}_1$ цялежка набывае паскарэнне $\vec{a}_1$.

Паскарэнне цялежкі будзем вызначаць па формуле $a = \frac{2s}{t^2}$, пройдзены шлях s вымяраць рулеткай, час t — секундамерам, сілу F — дынамометрам. Як звязана паскарэнне з прыкладзенай да цялежкі выніковай сілай?

Павялічым сілу ў два разы ($\vec{F}_2 = 2\vec{F}_1$) (мал. 107, б). За такі ж час t цялежка пройдзе шлях, у 2 разы большы: $s_2 = 2s_1$. Значыць, $a_2 = 2a_1$, г. зн. у два разы большая сіла надае цэлу ў два разы большае паскарэнне. Працягнуўшы дослед, атрымаем, што пры павелічэнні выніковай сілы ў 3, 4, ... разы модуль паскарэння a павялічыцца таксама ў 3, 4, ... разы. Зробім вывад.

Паскарэнне цела прама прапарцыянальна выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго:

$$\vec{a} \sim \vec{F}. \quad (1)$$

А як залежыць паскарэнне ад **масы** цела? Будзем цяпер сілу $\vec{F}$ прыкладаць да цёл розных мас (мал. 108, а, б, в). Пад дзеяннем адной і той жа сілы цела ў 2 разы большай масы набывае ў 2 разы меншае паскарэнне. Паскараючы целы ў 3, 4, ... разы большай масы, мы ўбачым, што модуль паскарэння ў 3, 4, ... разы паменшыцца.

Модулі паскарэнняў, атрыманых цэламі пад дзеяннем аднолькавых сіл, адваротна прапарцыянальны масам гэтых цёл:

$$a \sim \frac{1}{m}. \quad (2)$$

А як накіравана паскарэнне? У нашым доследзе напрамкі паскарэння $\vec{a}$ і сілы $\vec{F}$ супадалі (мал. 108). Разгледзім яшчэ два прыклады.

1. Да цялежкі прыклалі сілу $\vec{F}$, накіраваную супраць яе скорасці $\vec{v}$ (мал. 109, а). Скорасць цялежкі будзе памяншацца, і яе паскарэнне $\vec{a}$ будзе накіравана супраць скорасці, але ў той жа бок, што і выніковая сіла $\vec{F}$.

2. Шарык, падвешаны на нітцы, рухаецца па акружнасці (мал. 109, б). Паскарэнне шарыка накіравана да яе цэнтра O . Дослед паказвае, што і ў гэтым выпадку напрамкі паскарэння $\vec{a}$ і выніковай $\vec{F}$ усіх сіл, прыкладзеных да цела (сілы цяжару $\vec{F}_c$ і сілы нацяжэння ніткі $\vec{F}_n$), супадаюць.

У выніку прыходзім да высновы.

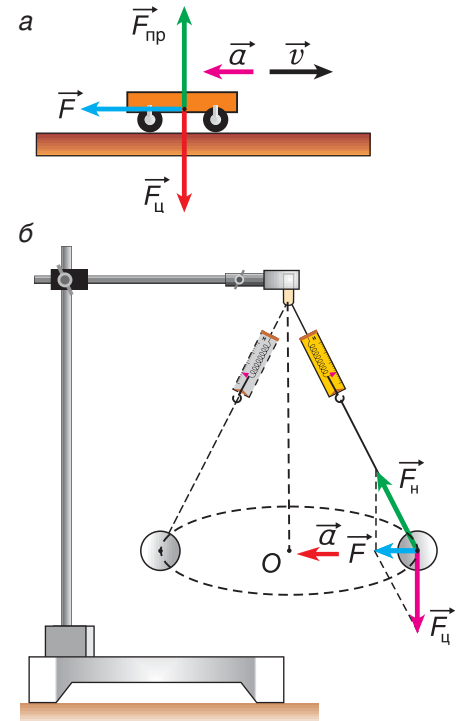
Паскарэнне цела прама прапарцыянальна выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго, адваротна прапарцыянальна масе цела і накіравана гэтак жа, як выніковая сіла:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (3)$$

Гэта асноўны закон дынамікі — **другі закон Ньютана**. З формулы (3) вынікае, што напрамкі паскарэння $\vec{a}$ і выніковай сілы $\vec{F}$ супадаюць.

Запішам другі закон Ньютана ў выглядзе:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (4)$$



Мал. 109

У адпаведнасці з формулай (4) вызначаецца адзінка сілы ў СІ — ньютан (Н).

1 Н — сіла, пад дзеяннем якой цела масай 1 кг набывае паскарэнне $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

У якіх сістэмах адліку выконваецца другі закон Ньютана?

У § 15 мы высветлілі, што калі сістэма неінерцыяльная, то пры выніковай $\vec{F} = \vec{0}$ паскарэнне цела $\vec{a} \neq \vec{0}$. Але згодна з другім законам Ньютана пры $\vec{F} = \vec{0}$ паскарэнне $\vec{a}$ павінна быць роўна нулю. Значыць, *другі закон Ньютана выконваецца толькі ў інерцыяльных сістэмах адліку.*

А як карыстацца формулай (4), калі цела нельга разглядаць як матэрыяльны пункт? У такіх выпадках пад паскарэннем $\vec{a}$ трэба разумець паскарэнне пункта, які называецца *цэнтрам цяжару* гэтага цела. Паняцце «цэнтр цяжару» мы разгледзім у наступным раздзеле.

■ Галоўныя вывады

1. Паскарэнне цела прама прапарцыянальна выніковай усіх сіл, якія дзейнічаюць на яго, і адваротна прапарцыянальна масе цела.
2. Паскарэнне цела накіравана таксама, як выніковая ўсіх прыкладзеных да яго сіл.
3. Адзінка сілы ў СІ — 1 ньютан. Гэта сіла, пад дзеяннем якой цела масай 1 кг рухаецца з паскарэннем $1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
4. Другі закон Ньютана выконваецца толькі ў інерцыяльных сістэмах адліку.

? Кантрольныя пытанні

1. Як накіравана паскарэнне адносна сіл, якія дзейнічаюць на цела?
2. Як знайсці модуль паскарэння, калі на цела дзейнічае некалькі сіл?
3. Куды накіравана выніковая прыкладзеных да цела сіл, калі яно рухаецца па акружнасці з пастаянным модулем скорасці?
4. Як вызначаецца адзінка сілы ў СІ? Як гэта спалучаецца з азначэннем сілы 1 Н, якое вы вывучалі ў 7-м класе?



Прыклады рашэння задач

1. Сані масай $m = 120$ кг цягнуць па гарызантальным участку шляху, прыкладаючы сілу $\vec{F}$ пад вуглом $\alpha = 45^\circ$ да гарызонту. Модуль сілы $F = 400$ Н. Модуль сілы трэння слізгання $F_{\text{тр}} = 100$ Н. Вызначыце паскарэнне саней.

Дадзена:

$$m = 120 \text{ кг}$$

$$F = 400 \text{ Н}$$

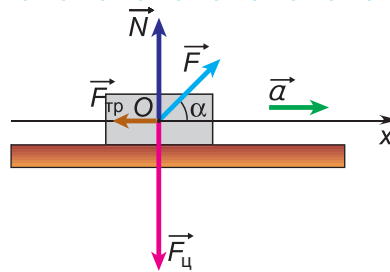
$$\alpha = 45^\circ$$

$$F_{\text{тр}} = 100 \text{ Н}$$

$$a = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 110).



Мал. 110

Да саней прыкладзены чатыры сілы: сіла цяжару $\vec{F}_c$, сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$, сіла трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$ і сіла $\vec{F}$. Па другім законе Ньютана:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_c + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N}. \quad (1)$$

У праекцыі на вось Ox ураўненне (1) прыме выгляд:

$$ma_x = F_x + F_{cx} + F_{\text{тр}x} + N_x, \quad (2)$$

дзе $a_x = a$, $F_x = F \cos \alpha$, $F_{cx} = 0$, $F_{\text{тр}x} = -F_{\text{тр}}$, $N_x = 0$.

Тады з ураўнення (2) вынікае:

$$ma = F \cos \alpha - F_{\text{тр}};$$

$$a = \frac{F \cos \alpha - F_{\text{тр}}}{m} = \frac{400 \text{ Н} \cdot 0,71 - 100 \text{ Н}}{120 \text{ кг}} = 1,53 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

$$\text{Адказ: } a = 1,53 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

2. Два цыліндры — сталны і алюмініевы — аднолькавага аб'ёму падвешаны да канцоў ніткі, перакінутай праз нерухомы блок. Які шлях пройдзе кожны цыліндр за час $t = 0,50$ с? Сілы супраціўлення не ўлічваць. Блок лічыць бязважкім, нітку — бязважкай і нерасцяжнай. Прыняць $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

Дадзена:

$$V_1 = V_2$$

$$t = 0,50 \text{ с}$$

$$g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

$$\rho_{\text{ст}} = 7,8 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$\rho_{\text{ал}} = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

s — ?

Рашэнне

Выканаем малюнак да дадзенай задачы (мал. 111).

На кожную гіру дзейнічае сіла цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$ і сіла нацяжэння ниткі $\vec{F}_{\text{н}}$.

Згодна з другім законам Ньютана:

$$m_{\text{ст}} \vec{a}_1 = \vec{F}_{\text{ц1}} + \vec{F}_{\text{н1}}; \quad (1)$$

$$m_{\text{ал}} \vec{a}_2 = \vec{F}_{\text{ц2}} + \vec{F}_{\text{н2}}. \quad (2)$$

Модулі сіл цяжару $F_{\text{ц}} = mg$, дзе m — маса грузу. Паколькі нитка нерасцяжная, $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$. Паколькі блок і ниткі бязважкія, $|\vec{F}_{\text{н1}}| = |\vec{F}_{\text{н2}}| = F_{\text{н}}$. Запішам ураўненні (1) і (2) у праекцыі на вертыкальную вось Oy (гл. мал. 111):

$$m_{\text{ст}} a = m_{\text{ст}} g - F_{\text{н}}; \quad (3)$$

$$-m_{\text{ал}} a = m_{\text{ал}} g - F_{\text{н}}. \quad (4)$$

Адняўшы ад ураўнення (3) ураўненне (4), атрымаем:

$$(m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}) \cdot a = (m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}) \cdot g.$$

Адсюль

$$a = \frac{(m_{\text{ст}} - m_{\text{ал}}) \cdot g}{m_{\text{ст}} + m_{\text{ал}}}.$$

Масы цыліндраў:

$$m_{\text{ст}} = \rho_{\text{ст}} \cdot V; \quad m_{\text{ал}} = \rho_{\text{ал}} \cdot V.$$

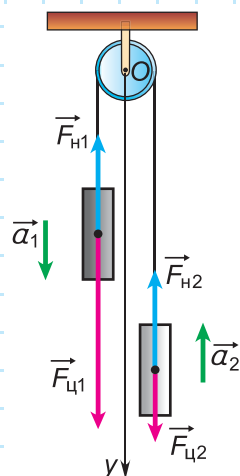
Тады

$$a = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}}) \cdot g}{\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}}}.$$

Шлях, пройдзены кожным з цыліндраў:

$$s = \frac{at^2}{2};$$

$$s = \frac{(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ал}}) \cdot g \cdot t^2}{2(\rho_{\text{ст}} + \rho_{\text{ал}})} = \frac{5,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 0,25 \text{ с}^2}{10,5 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 2} = 0,61 \text{ м.}$$

Адказ: $s = 0,61 \text{ м.}$ 

Мал. 111

Практыкаванне 13

1. На якой фізічнай з'яве заснавана стрэсванне снегу з шапкі?
 2. Цела масай $m = 6,0$ кг перамяшчаюць па гладкай гарызантальнай паверхні, прыкладаючы гарызантальную сілу, модуль якой $F = 4,2$ Н. Вызначыце паскарэнне цела.

3. Вядро з пяском масай $m = 20$ кг паднімаюць уверх з паскарэннем $a = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, дзейнічаючы на яго вертыкальна ўверх сілай $\vec{F}$.

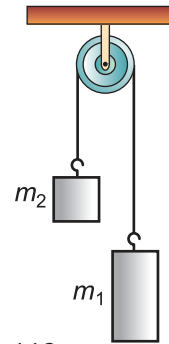
Вызначыце модуль сілы F . Кэфіцыент g тут і ў наступных задачах прыняць роўным $10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

4. Дзве гіры масамі $m_1 = 2,0$ кг і $m_2 = 1,0$ кг падвешаны на канцах бязважкай нерасцяжнай ніткі, перакінутай цераз бязважкі нерухомы блок (мал. 112). Кожная гіра прайшла шлях $s = 0,80$ м. Вызначыце паскарэнні гір і іх скорасці ў канцы шляху.

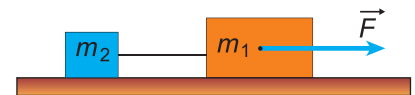
5. Два грузы масамі $m_1 = 400$ г і $m_2 = 200$ г звязаны бязважкай нерасцяжнай ніткай (мал. 113), разлічанай на гранічную нагрузку $F_{\text{max}} = 8,20$ Н. Вызначыце максімальную сілу $\vec{F}$, з якой можна цягнуць груз масай m_1 па гладкай гарызантальнай паверхні, каб нітка не парвалася.



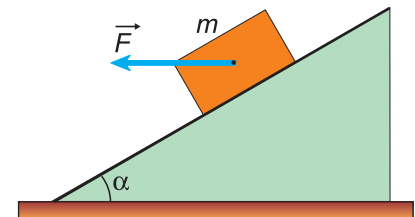
6. На гладкай нахіленай плоскасці з вуглом нахілу $\alpha = 30^\circ$ (мал. 114) знаходзіцца брусок масай $m = 5,0$ кг, на які дзейнічае гарызантальная сіла, модуль якой $F = 15$ Н. Вызначыце паскарэнне цела і сілу ціску цела на плоскасць.



Мал. 112



Мал. 113

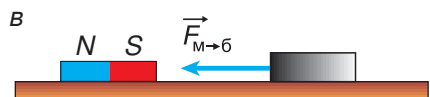
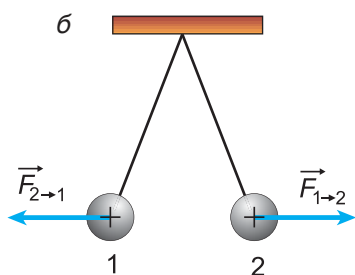
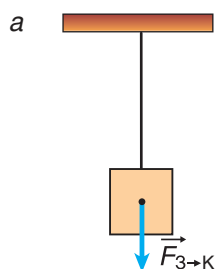


Мал. 114

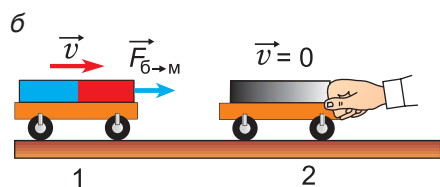
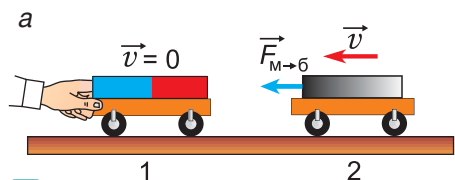


§ 18.

Трэці закон Ньютана. Прынцып адноснасці Галілея



Мал. 115



Мал. 116

Другі закон Ньютана тлумачыць, якое паскарэнне ўнікае пры руху цела, на якое дзейнічаюць іншыя целы. А ці дзейнічае пры гэтым дадзенае цела на гэтыя целы?

Разгледзім некалькі прыкладаў.

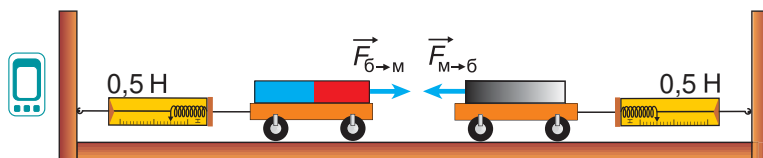
Зямля прыцягвае кубік сілай $\vec{F}_{3 \to K}$ (мал. 115, а). Зараджаны шар 1 адштурхвае такі ж зараджаны шар 2 сілай $\vec{F}_{1 \to 2}$ (мал. 115, б). Магніт прыцягвае жалезны брусок сілай $\vec{F}_{M \to б}$ (мал. 115, в). Ці дзейнічае пры гэтым кубік на Зямлю? Зараджаны шар 2 на зараджаны шар 1? Жалезны брусок на магніт? Калі дзейнічае, то з якой сілай?

Адказ відавочны толькі для выпадку, паказанага на малюнку 115, б. Зараджаныя шары 1 і 2 «раўнапраўныя». Модулі сіл $\vec{F}_{1 \to 2}$ і $\vec{F}_{2 \to 1}$ роўныя, а іх напямкі процілеглыя, г. зн. $\vec{F}_{1 \to 2} = -\vec{F}_{2 \to 1}$. А калі целы адрозніваюцца адно ад аднаго (мал. 115, в)?

Правядзём дослед. Змесцім магніт на цялежку 1, а жалезны брусок — на цялежку 2 (мал. 116).

Будзем утрымліваць цялежку 1 з магнітам. Цялежка 2 (мал. 116, а) паедзе ў бок магніта. Будзем утрымліваць цяпер цялежку 2 (мал. 116, б), а цялежку 1 адпусцім. Цялежка з магнітам паедзе ў бок бруска. Значыць, і жалезны брусок прыцягвае да сябе магніт.

Ці аднолькавыя модулі сіл, з якімі магніт і брусок прыцягваюць адзін аднаго? Гэта можна высветліць з дапамогай доследаў. Роўнасць паказанняў дынамометраў (мал. 117) гаворыць аб тым, што модулі гэтых сіл роўныя: $F_{M \to б} = F_{б \to M}$.



Мал. 117

Вынікі дадзеных доследаў не выпадковыя. Механічнае дзеянне аднаго цела на другое **заўсёды ўзаемнае**. Аднабаковага дзеяння не бывае. Існуе толькі *ўзаемадзеянне*. Пры гэтым **сілы, з якімі целы дзейнічаюць адно на другое, маюць роўныя модулі, процілеглыя напрамкі і ляжаць на адной прамой**:

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}.$$

Гэта сцверджанне носіць назву **трэцяга закона Ньютана**. Ён выконваецца для цел любых мас, памераў, формы і складу рэчыва.

Што яшчэ трэба ведаць аб сілах узаемадзеяння?

Сілы ўзаемадзеяння прыкладаюцца да розных цел ($\vec{F}_{1 \rightarrow 2}$ — да шара 2, $\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$ — да шара 1) (гл. мал. 115, б). Таму яны не могуць кампенсаваць (ураўнаважыць) адна адну.

Сілы ўзаемадзеяння заўсёды маюць адну і тую ж прыроду (напрыклад, абедзве з'яўляюцца электрычнымі сіламі або абедзве — гравітацыйнымі і г. д.).

Калі адначасова ўзаемадзейнічаюць некалькі цел, то роўнасць (1) выконваецца для кожнай пары цел (мал. 118).

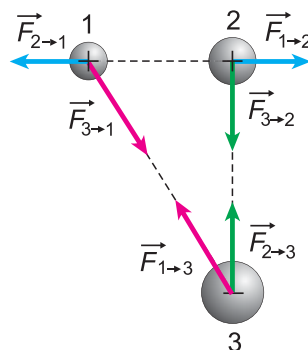
Трэці закон Ньютана тлумачыць многія з'явы паўсядзённага жыцця. Так, пры скачках уверх (мал. 119) спартсмен адштурхвае апору сілай $\vec{F}_{c \rightarrow a}$, накіраванай уніз. Працідзейная (у адказ) сіла $\vec{F}_{a \rightarrow c}$ надае спартсмену накіраванае ўверх паскарэнне.

Чалавек пры хадзьбе, аўтамабіль пры руху адштурхваюцца ад дарожнага пакрыцця. У адказ на гэта дарожнае пакрыццё дзейнічае на іх з сілай, якая мае гарызантальны складальнік, накіраваны ўперад. Лодка (мал. 120), карабль адштурхваюцца ад вады, самалёт — ад паветра (або ад рэактыўнага струменя).

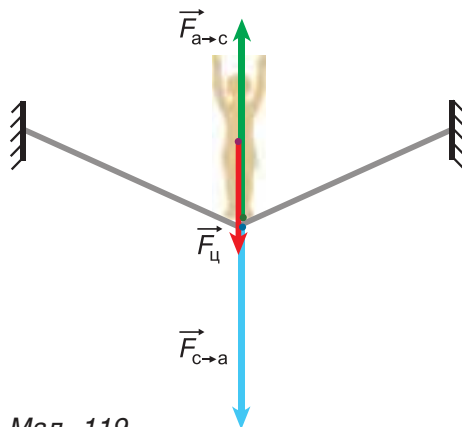
Мы разгледзелі законы Ньютана — асноўныя законы механікі.

Разгледзім яшчэ адно важнае палажэнне механікі — **прынцып адноснасці Галілея**.

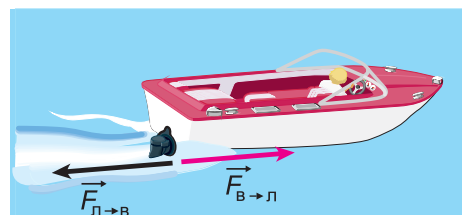
У § 15 мы пазнаёміліся з паняццямі «інерцыяльная сістэма адліку» і «неінерцыяльная сістэ-



Мал. 118



Мал. 119



Мал. 120

ма адліку». Мы даведаліся, што калі на цела не дзейнічаюць сілы (або дзейнічаюць, але кампенсуюць адна адну), то:

- адносна інерцыяльных сістэм гэта цела знаходзіцца ў стане спакою або рухаецца раўнамерна і прамалінейна;
- адносна неінерцыяльных — рухаецца з паскарэннем (гл. дослед на мал. 102, с. 69).

Значыць, у інерцыяльных і неінерцыяльных сістэмах механічныя з'явы адбываюцца па-рознаму. Гэтыя сістэмы «нераўнапраўныя». А ці раўнапраўныя паміж сабой інерцыяльныя сістэмы?

Доследы паказваюць, што адносна цягніка, самалёта, аўтобуса і г. д., якія маюць у сістэме адліку «Зямля» пастаянную скорасць, любое цела паводзіць сябе дакладна гэтак жа, як і адносна Зямлі.

На аснове доследаў быў зроблены вывад: **ва ўсіх інерцыяльных сістэмах адліку механічныя з'явы пры аднолькавых умовах адбываюцца аднолькава.**

Дадзенае сцверджанне выражае раўнапраўнасць усіх інерцыяльных сістэм у механіцы. Яно мае назву «**прынцып адноснасці Галілея**».

Гэты прынцып можна сфармуляваць і інакш: «Ніякімі механічнымі доследамі, якія праводзяцца ўнутры любой інерцыяльнай сістэмы, нельга вызначыць, знаходзіцца яна ў стане спакою або рухаецца».

■ Галоўныя вывады

1. Дзеянне аднаго цела на другое заўсёды ўзаемнае.
2. Сілы ўзаемадзеяння двух цел маюць роўныя модулі, накіраваны па адной прамой у процілеглыя бакі і маюць аднолькавую прыроду (трэці закон Ньютана).
3. Сілы ўзаемадзеяння двух цел не кампенсуюць адна адну, паколькі яны прыкладзены да розных цел.
4. Ва ўсіх інерцыяльных сістэмах усе механічныя з'явы пры аднолькавых умовах адбываюцца аднолькавым чынам (прынцып адноснасці Галілея).

? Кантрольныя пытанні

1. Што агульнае маюць сілы, з якімі два целы дзейнічаюць адно на другое? Чым яны адрозніваюцца?
2. Ці могуць сілы ўзаемадзеяння кампенсавать адна адну? Чаму?
3. У чым заключаецца прынцып адноснасці Галілея?

Практыкаванне 14

1. Гіра знаходзіцца на кавалку паралону (мал. 121). Пакажыце сілы ўзаемадзеяння гэтых цел адно на адно. Як накіраваны гэтыя сілы? Да чаго яны прыкладзены?

2. На нітцы, перакінутай цераз нерухомы блок, вісяць два грузы (мал. 122). Вызначыце і пакажыце сілы, якія дзейнічаюць на блок, на нітку і на кожны з грузаў. Вызначыце, якія з гэтых сіл звязаны паміж сабой трэцім законам Ньютана.



3. Чаму на лёдзе цяжка разагнацца без канькоў, але лёгка — на каньках?

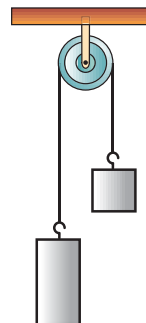
4. Чаму пры моцным удары па футбольным мячы вы адчуваеце боль?

5. Каб утрымаць сумку з прадуктамі, чалавек (мал. 123) прыкладае сілу $F = 50$ Н. Знайдзіце і пакажыце на малюнку сілу рэакцыі рукі. Вызначыце: а) яе модуль; б) яе напрамак; в) на якое цела яна дзейнічае.

6. Дзве каманды на ўроку фізкультуры перацягваюць канат (мал. 124). Па трэцім законе Ньютана каманды дзейнічаюць адна на адну з сіламі, якія маюць роўныя модулі і процілеглыя напрамкі. Тым не менш адна з камандаў перамагае. Як растлумачыць вынік перамогі з пункту гледжання фізікі?



Мал. 121



Мал. 122



Мал. 123



Мал. 124



§ 19.

Дэфармацыя цел. Сіла пругкасці. Закон Гука



Мал. 125

Да гэтага часу мы разглядалі мадэль абсалютна цвёрдага цела. Памеры і форма цела ў працэсе яго руху і ўзаемадзеяння не змяняліся. Аднак у шэрагу з'яў адбываецца **дэфармацыя цела, г. зн. змяненне яго памераў, формы**. Якімі заканамернасцямі апісваюцца дэфармацыі?

Дэфармацыя адбываецца ў выніку перамяшчэння адных частак цела адносна другіх. На малюнках 125, а, б, в, г на мадэлі паказаны розныя віды дэфармацый: сцісканне, зрух, выгін, кручэнне.

Пры *сцісканні* (мал. 125, а) і *расцяжэнні* змяняюцца адлегласці паміж сляямі. Пры *зруху* (мал. 125, б) слаі зрушваюцца адзін адносна аднаго. Дэфармацыя *выгіну* (мал. 125, в) з'яўляецца камбінацыяй сціскання і расцяжэння. Пры дэфармацыі *кручэння* (мал. 125, г) слаі паварочваюцца адзін адносна аднаго.

Дэфармацыі ўзнікаюць пад дзеяннем прыкладзеных да цела сіл (мал. 125). А што будзе, калі дзеянне сіл спыніцца?

Правядзём дослед. Выгнем гумку (мал. 126, а). Яна дэфармуецца. Спынім уздзеянне. Дэфармацыя знікне.

Калі памеры і форма цела цалкам аднаўляюцца пасля спынення дзеяння сілы, то дэфармацыю называюць **пружкай**.

Дэфармуем цяпер кавалак пластыліну (мал. 126, б). Пасля спынення дзеяння сілы яго форма не аднавілася. Такую дэфармацыю называюць **няпружкай** або **пластычнай**.

Пластычную дэфармацыю зведвае метал пры пракаце, коўцы (мал. 127), штампоўцы і г. д.



Мал. 126

Мал. 127

Характар дэфармацыі залежыць не толькі ад рэчыва, з якога складаецца цела, але і ад таго, наколькі вялікая знешняя сіла, як доўга яна дзейнічае, а таксама ад тэмпературы цела. Напрыклад, калі жалезную пласціну крыху сагнуць і адпусціць, яна адновіць сваю форму. Аднак, калі яе замацаваць у дэфармаваным стане на працяглы час, то пасля зняцця знешняй сілы аднаўленне будзе няпоўным.

Калі ж цела нагрэта да высокай тэмпературы, то дэфармацыя будзе пластычнай нават пад дзеяннем кароткатэрміновай сілы (мал. 127).

Разгледзім падрабязней найбольш простую дэфармацыю: пругкае расцяжэнне. Як велічыня дэфармацыі цела залежыць ад прыкладзенай да яго сілы?

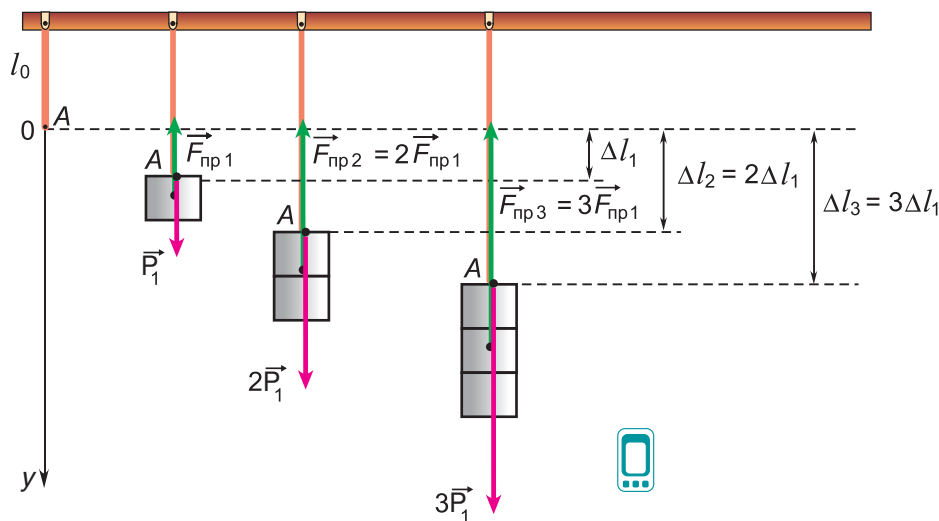
Правядзём дослед. Замацуем адзін канец гумавага шнура, а да другога падвесім груз (мал. 128). Пад дзеяннем дэфармуючай сілы $\vec{F}_{\text{дэф}} = \vec{P}_1$ (вагі груза) шнур расцягнецца. Яго даўжыня стане большай за пачатковую на велічыню Δl_1 . Будзем павялічваць дэфармуючую сілу, падвешваючы два, тры і г. д. аднолькавыя грузы: $F_{\text{дэф}} = 2P_1, 3P_1, \dots$

Падаўжэнне шнура Δl узрастае ў столькі ж разоў.

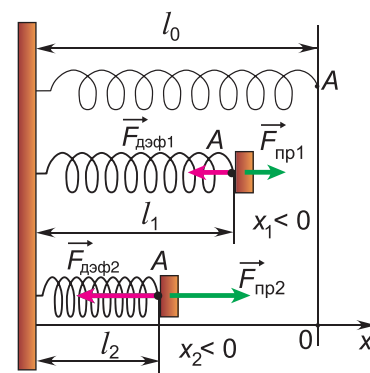
Правядзём аналагічныя доследы са спружынай (мал. 129). Яе можна як расцягваць, так і сціскаць. Вынікі будуць аналагічныя: пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння змяненне даўжыні цела прама прапарцыянальнае дэфармуючай сіле:

$$|\Delta l| \sim F_{\text{дэф}}. \quad (1)$$

Як пры расцяжэнні шнура, так і пры сцісканні спружыны ў адказ на дзеянне дэфармуючай сілы $\vec{F}_{\text{дэф}}$ узнікала сіла пругкасці $\vec{F}_{\text{пр}}$, якая процідзейнічала ёй (мал. 128 і 129).



Мал. 128



Мал. 129

Да чаго прыкладзена сіла пругкасці? Куды яна накіравана? Якім заканамернасцям яна падпарадкоўваецца? Якая яе прырода?

Малюнкi 128 і 129 паказваюць: **сіла пругкасці прыкладзена да цела, якое выклікала дэфармацыю.**

Згодна з трэцім законам Ньютана:

$$\vec{F}_{\text{пр}} = -\vec{F}_{\text{дэф}}. \quad (2)$$

Сіла пругкасці накіравана супраць дэфармуючай сілы, а іх модулі роўныя.

З формул (1) і (2) вынікае:

$$F_{\text{пр}} = k|\Delta l|, \quad (3)$$

дзе k — пастаянны каэфіцыент. Значыць, пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны змяненню даўжыні цела.

Гэта — **закон Гука** (устаноўлены англійскім вучоным Робертам Гукам у 1660 г.).

Каэфіцыент прапарцыянальнасці $k = \frac{F_{\text{пр}}}{|\Delta l|}$ называецца **жорсткасцю** цела.

Жорсткасць цела лікава роўна модулю сілы пругкасці, якая ўзнікае пры падаўжэнні (або сцісканні) цела на адзінку даўжыні.

Адзінка жорсткасці ў СІ — 1 *ньютан на метр* $\left(\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$.

▼ Для дапытлівых

Жорсткасць цела залежыць ад матэрыялу, з якога яно выраблена, ад формы і памераў цела, ад яго тэмпературы. Жорсткасць цела пастаяннага папярочнага сячэння (шнура, дроту і г. д.) прама прапарцыянальна плошчы сячэння і адваротна прапарцыянальна даўжыні цела.

На малюнках 128 і 129 бачна, што і пры расцяжэнні, і пры сцісканні сіла пругкасці накіравана супраць перамяшчэння пункта прыкладання дэфармуючай сілы (пункта А). З улікам гэтага закон Гука запісваюць у наступным выглядзе:

$$F_{\text{пр } x} = -kx, \quad (4)$$

дзе $F_{\text{пр } x}$ — праекцыя сілы пругкасці на вось Ox , а x — каардыната пункта А. Пачатак каардынат на восі Ox выбраны так, каб пры $x = 0$ дэфармацыя адсутнічала.

На малюнках 130 а, б паказаны графікі залежнасці сілы пругкасці ад дэфармацыі Δl і ад x . Прама-лінейнасць графікаў выражае прамую прапарцыянальную залежнасць сілы пругкасці ад $|\Delta l|$ і ад x .

Не забывайцеся, што закон Гука, а значыць і формулы (3), (4) выконваюцца толькі для пругкіх дэфармацый!

Усе целы вакол нас у той або іншай ступені дэфармаваныя. Хоць гэтыя дэфармацыі часцей за ўсё незаўважныя, звязаныя з імі сілы пругкасці не малыя. Напрыклад, сіла пругкасці паліцы ўраўнаважвае сілу цяжару кнігі (мал. 131), сіла пругкасці рэек — сілу цяжару цягніка і г. д. Сілу пругкасці, якая ўзнікае ў адказ на дзеянне цела на апору, называюць *сілай рэакцыі апоры*. Сілу пругкасці расцягнутай ніткі, вяроўкі, троса і г. д. — *сілай нацяжэння*.

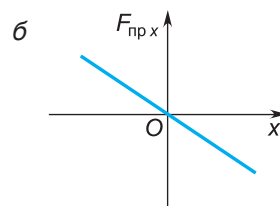
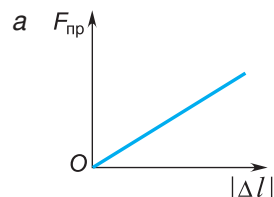
Чаму пры дэфармацыі ўзнікаюць сілы пругкасці? Якая іх прырода?

З 7-га класа вам вядома, што целы складаюцца з малекул, якія ўзаемадзейнічаюць адна з адной, і што сілы ўзаемадзеяння маюць электрамагнітнае паходжанне. Уласцівасці гэтых сіл такія, што на пэўнай адлегласці r_0 паміж малекуламі сіла іх ўзаемадзеяння роўна нулю, пры $r < r_0$ малекулы адштурхваюцца адна ад адной, а пры $r > r_0$ — прыцягваюцца.

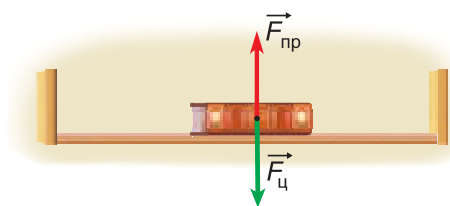
Таму пры сцісканні цела сілы ўзаемадзеяння малекул перашкаджаюць яго сцісканню, а пры расцяжэнні — расцяжэнню.

Сілы пругкасці ўзнікаюць з-за ўзаемадзеяння малекул паміж сабой і маюць электрамагнітную прыроду.

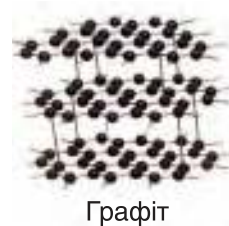
І пругкія, і пластычныя ўласцівасці цел абумоўлены тым, з якіх малекул целы складаюцца і як размешчаны малекулы адна адносна другой. На малюнку 132 паказаны крышталічныя рашоткі алмазу і графіту (разнавіднасцей вугляроду). Рознае размяшчэнне адных і тых жа атамаў вугляроду прыводзіць да рэзкіх адрозненняў уласцівасцей дадзеных рэчываў.



Мал. 130



Мал. 131



Мал. 132

Галоўныя вывады

1. Змяненне памераў або формы цела называецца дэфармацыяй.
2. Калі пасля спынення дзеяння знешніх сіл памеры і форма цела цалкам аднаўляюцца, то дэфармацыя называецца пругкай. Калі аднаўляюцца не цалкам, то пластычнай.
3. Сілы пругкасці накіраваны супраць дэфармуючых сіл.
4. Пры пругкіх дэфармацыях сціскання і расцяжэння модуль сілы пругкасці прама прапарцыянальны модулю змянення даўжыні цела: $F_{\text{пр}} = k|\Delta l|$.

? Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах узнікае дэфармацыя цела? Якія віды дэфармацый?
2. Што такое пругкая дэфармацыя? Пластычная дэфармацыя?
3. Калі ўзнікаюць сілы пругкасці? Як яны накіраваны?
4. Якая прырода сіл пругкасці?
5. Што сцвярджае закон Гука? Пры якіх умовах ён выконваецца?
6. Што такое жорсткасць цела?
7. Ці будзе залежнасць сілы пругкасці ад падаўжэння цела лінейнай пры любых значэннях Δl ?



Прыклад рашэння задачы

Пад дзеяннем спружыннага дынамометра жалезны кубік з даўжынёй канта $l = 10$ см рухаецца па гладкай гарызантальнай паверхні з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$. Вызначыце падаўжэнне спружыны дынамометра жорсткасцю $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Дадзена:

$$l = 10 \text{ см} = 0,10 \text{ м}$$

$$a = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 0,10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

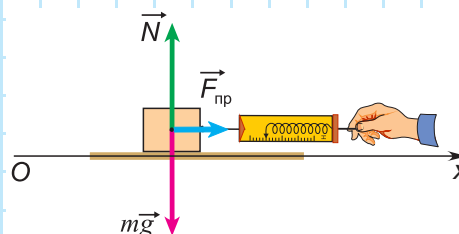
$$k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$\rho_{\text{ж}} = 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\Delta l = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 133).



Мал. 133

Па ўмове задачы на кубік дзейнічаюць: сіла цяжару $m\vec{g}$, сіла рэакцыі $\vec{N}$ і сіла пругкасці спружыны $\vec{F}_{\text{пр}}$. Трэнне адсутнічае. Па другім законе Ньютана:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пр}}. \quad (1)$$

У праекцыі на вось Ox :

$$ma = F_{\text{пр}}. \quad (2)$$

Маса кубіка $m = \rho_{\text{ж}}V$, дзе аб'ём кубіка $V = l^3$. Тады

$$m = \rho_{\text{ж}}l^3. \quad (3)$$

Модуль сілы пругкасці спружыны дынамометра па законе Гука:

$$F_{\text{пр}} = k|\Delta l|. \quad (4)$$

Падставіўшы выразы (3) і (4) у выраз (2), атрымаем:

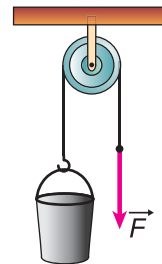
$$\rho_{\text{ж}}l^3a = k|\Delta l|.$$

$$\text{Адсюль } |\Delta l| = \frac{\rho_{\text{ж}}l^3a}{k} = \frac{7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,0010 \text{ м}^3 \cdot 0,10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}} = 0,0078 \text{ м} = 7,8 \text{ мм}.$$

Адказ: $\Delta l = 7,8 \text{ мм}$.

Практыкаванне 15

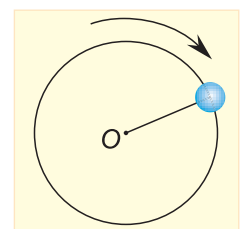
1. Вядро з пяском масай $m = 15,0 \text{ кг}$ раўнамерна паднімаюць з дапамогай вяроўкі і нерухомага блока (мал. 134). Вызначыце модуль сілы нацяжэння вяроўкі. Масу блока, вяроўкі і трэнне не ўлічваюць. У гэтай і наступных задачах прыняць $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.



Мал. 134

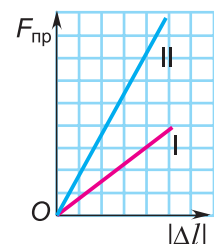
2. Вызначыце модуль сілы нацяжэння вяроўкі, калі вядро масай $m = 15,0 \text{ кг}$ паднімаюць з паскарэннем, модуль якога $a = 1,60 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ (мал. 134).

3. Па гладкай гарызантальнай паверхні па акружнасці радыусам $R = 30 \text{ см}$ рухаецца шарык масай $m = 200 \text{ г}$, які ўтрымліваецца ніткай (мал. 135). Перыяд абарачэння шарыка $T = 3,14 \text{ с}$. Вызначыце падаўжэнне ніткі, калі яе жорсткасць $k = 60 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.



Мал. 135

4. На малюнку 136 паказаны графікі залежнасці модуляў сілы пругкасці ад абсалютнага падаўжэння для дзвюх спружын. У колькі разоў адрозніваюцца жорсткасці спружын?



Мал. 136



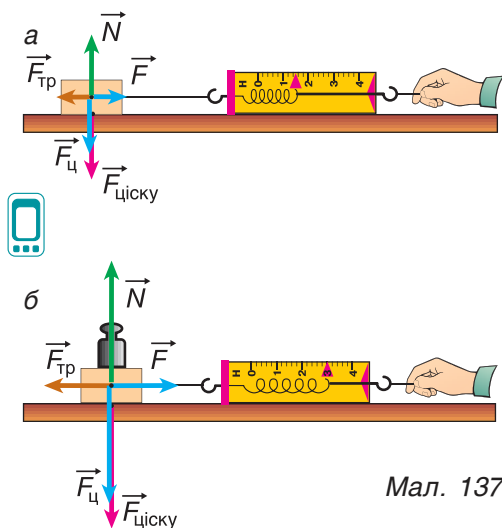
5. Спружына мае жорсткасць $k = 150 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Якой будзе жорсткасць сістэмы з дзвюх такіх спружын, злучаных:
а) паслядоўна; б) паралельна?



§ 20.

Сілы трэння. Сілы супраціўлення асяроддзя

Згодна з першым законам Ньютана для руху з пастаяннай скорасцю сілы не патрэбны. Чаму ж санкі, лодка, шайба і г. д., якія рухаюцца, спыняюцца, калі мы перастаем дзейнічаць на іх сілай? Якія сілы перашкаджаюць іх руху?



Мал. 137

Санкі і шайбу спыняе *сіла трэння слізгання*, лодку — *сіла супраціўлення асяроддзя*.

Разгледзім сілу трэння слізгання. Яна ўзнікае пры перамяшчэнні аднаго цела па паверхні іншага.

Правядзём дослед. З дапамогай дынамометра будзем раўнамерна перамяшчаць драўляны брусок па паверхні стала (мал. 137, а). На брусок дзейнічаюць сілы цяжару $\vec{F}_\text{ц}$; сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$, якая кампенсуе сілу цяжару; сіла пругкасці спружыны дынамометра $\vec{F}$ і сіла трэння $\vec{F}_\text{тр}$. Пры раўнамерным перамяшчэнні бруска модулі сіл $F_\text{тр}$ і F роўныя.

З дапамогай гіры павялічым сілу ціску $\vec{F}_\text{ціску}$ бруска на стол (мал. 137, б). Сіла трэння таксама ўзрастае. Пры павелічэнні сілы ціску ў 2, 3, 4, ... разы паказанні дынамометра F павялічваюцца таксама ў 2, 3, 4, ... разы. Значыць, **модуль сілы трэння слізгання прама прапарцыянальны модулю сілы ціску цела на апору**:

$$F_\text{тр} = \mu F_\text{ціску}, \quad (1)$$

дзе μ — *каэфіцыент трэння слізгання*. Ён залежыць ад уласцівасцей паверхняў цел, якія судакранаюцца: ад іх шурпатасці, ад наяўнасці прымесей і забруджвання.

Правядзём прыбліжаныя значэнні каэфіцыентаў трэння слізгання для некаторых матэрыялаў (табл. 2).

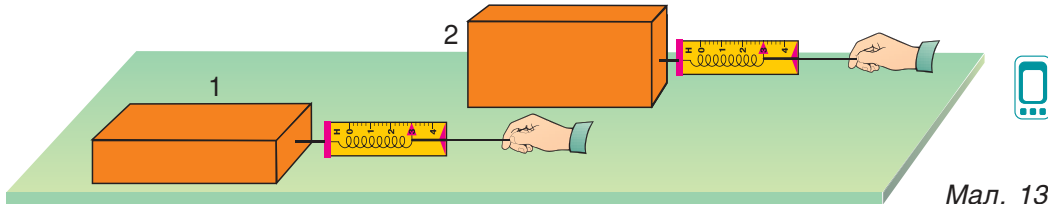
Табліца 2. Каэфіцыенты трэння слізгання

Матэрыялы	Каэфіцыент трэння	Матэрыялы	Каэфіцыент трэння
Сталь па лёдзе	0,02	Дрэва па дрэве	0,3—0,5
Лёд па лёдзе	0,03	Гума па мокрым асфальце	0,4
Гума па лёдзе	0,15	Гума па сухім асфальце	0,7

Сіла ціску $\vec{F}_{\text{ціску}}$ дзейнічае са стараны бруска на стол, а сіла $\vec{N}$ — са стараны стала на брусок. Напрамкі гэтых сіл процілеглыя (мал. 137), а іх модулі, паводле трэцяга закона Ньютана, роўны ($F_{\text{ціску}} = N$). Таму замест формулы (1) часта выкарыстоўваюць формулу

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (2)$$

Паколькі сіла $\vec{N}$ накіравана па нармалі да паверхні апоры, яе неабходна называць *нармальнай рэакцыяй апоры*.



Мал. 138

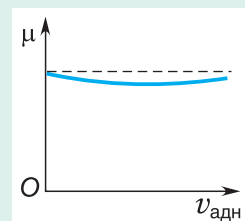
Ці залежыць сіла трэння слізгання ад плошчы судакранання цел? Параўнаем сілу трэння пры двух становішчах 1 і 2 бруска (мал. 138). Хоць плошча кантакта бруска з дошкай у становішчы 2 меншая, паказанні дынамометра амаль не змяніліся. Значыць, **сіла трэння практычна не залежыць ад плошчы судакранання цел**.

Куды накіравана сіла трэння слізгання?

Доследы, паказаныя на малюнку 137, сведчаць аб тым, што **сіла трэння слізгання накіравана супраць скорасці руху цела адносна апоры**.

▼ Для дапытлівых

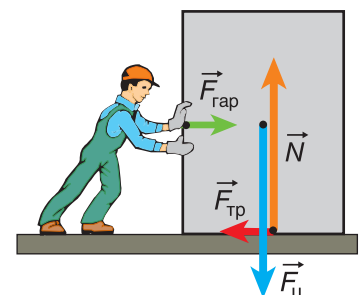
Адзначым, што каэфіцыент трэння слізгання μ нязначна залежыць ад скорасці руху цела адносна апоры $v_{\text{адн}}$ (мал. 139). Пры рашэнні задач, як правіла, прымаюць $\mu = \text{const}$.



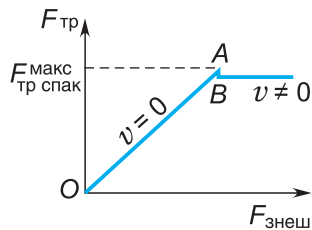
Мал. 139

А ці можа сіла трэння дзейнічаць на нерухомае цела? Разгледзім прыклад. Шафа стаіць на гарызантальнай падлозе (мал. 140). На яе дзейнічаюць дзве сілы: сіла цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$ і сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$. Яны ўраўнаважваюць адна адну. Сіла трэння роўна нулю.

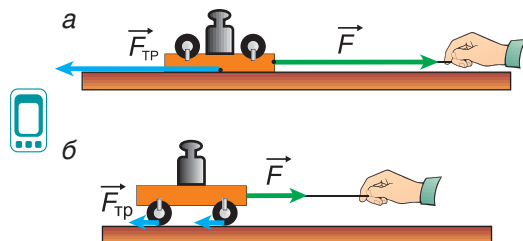
Прыкладзём да шафы знешнюю сілу $\vec{F}_{\text{гар}}$, паралельную падлозе. Шафа па-ранейшаму знаходзіцца ў стане спакою. Значыць, ёсць сіла, якая кампенсуе сілу $\vec{F}_{\text{гар}}$. Гэтай сілай з'яўляецца **сіла трэння спакою $\vec{F}_{\text{тр спак}}$** .



Мал. 140



Мал. 141



Мал. 142



Мал. 143

Пры павелічэнні знешняй сілы расце і сіла трэння спакою (мал. 141), пакуль шафа не зрушыцца з месца. У гэты момант сіла трэння спакою дасягае свайго максімальнага значэння $F_{\text{тр макс}}$. Яно, як паказвае дослед, прама прапарцыянальна модулю сілы ціску $F_{\text{ціску}} = N$.

$$F_{\text{тр спак}}^{\text{макс}} = \mu_{\text{спак}} F_{\text{ціску}} = \mu_{\text{спак}} N. \quad (3)$$

Каэфіцыент трэння спакою $\mu_{\text{спак}}$, як правіла, крыху большы, чым каэфіцыент трэння слізгання μ (мал. 141). Таму цела цяжэй зрушыць з месца, чым затым яго перамяшчаць.

Сіла трэння спакою накіравана супраць гарызантальнага складальніка знешняй сілы, якая імкнецца зрушыць цела. Гэта вынікае з умовы раўнавагі $\vec{F}_{\text{тр спак}} = -\vec{F}_{\text{гар}}$ (мал. 140).

А якой будзе сіла трэння пры качэнні цела?

Дослед паказвае, што пры замене слізгання качэннем (мал. 142, а, б) сіла трэння рэзка памяншаецца (у дзясяткі разоў — для дрэва па дрэве, амаль у 100 разоў — для сталі па сталі і г. д.).

Трэнне адыгрывае вельмі важную ролю ў тэхніцы і ў штодзённым жыцці. Так, пры адсутнасці трэння любы прадмет саслізнуў бы з паліцы пры нязначным яе нахіле. І аўтамабіль, і пешаход не змаглі б ні пачаць рух, ні спыніцца. Таму трэнне часта імкнучца павялічыць. Абута і аўтапакрышкі робяць рэльефнымі (мал. 143, а), дарогу зімой пасыпаюць пяском і г. д.

У той жа час трэнне дэталаў пры рабоце механізмаў (валоў у падшыпніках, шарнірных злучэнняў і г. д.) з'яўляецца шкодным. Яно прыводзіць да зносу і награвання дэталаў, да страт энергіі. У такіх выпадках трэнне імкнучца паменшыць. Паверхні, якія труцца, шліфуюць, на іх наносяць спецыяльныя змазкі, слізганне замяняюць качэннем (мал. 143, б).

Разгледзім рух цела ў вадкасці або газе. Тут таксама ёсць сілы, якія перашкаджаюць руху. Іх называюць сіламі супраціўлення. Сілы супраціўлення ў вадкасці і газе ўзнікаюць толькі пры руху цела і асяроддзя адно адносна другога.

Значыць, сіла трэння спакою ў вадкасцях і газах роўна нулю.

Таму чалавек, які не змог бы зрушыць з месца лодку, якая ляжыць на беразе, лёгка прывядзе яе ў рух у вадзе.

Ад чаго залежыць сіла супраціўлення? Высветліць гэта можна на доследах, вымяраючы па паказаннях дынамометра сілу, з якой паток газа або вадкасці дзейнічае на цела (мал. 144).

Доследы паказваюць, што сіла супраціўлення залежыць ад наступных фактараў.

1. **Ад уласцівасцей асяроддзя:** для дадзенага цела пры адной і той жа скорасці сіла супраціўлення ў паветры намнага меншая, чым у вадзе, у вадзе — меншая, чым у цукровым сіропе, і г. д.

2. **Ад памераў цела:** сіла супраціўлення прама прапарцыянальна плошчы папярочнага сячэння (мал. 145).

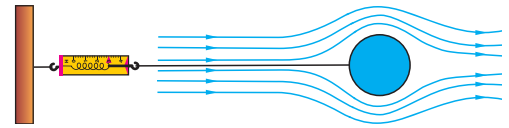
3. **Ад формы цела:** у цел на малюнку 146 аднолькавая плошча папярочнага сячэння, але розная форма. Найбольшую сілу супраціўлення зведвае ўвагнутая паўсфера, а найменшую — цела кроплевіднай (абцякальнай) формы.

Абцякальная форма цела птушак і рыб робіць мінімальнай сілу супраціўлення паветра або вады, чым палягчае іх рух. З той жа мэтай абцякальную форму надаюць самалётам (мал. 147, а), рачным і марскім суднам, падводным лодкам (мал. 147, б) і г. д.

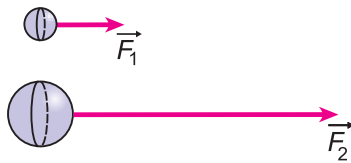
Чым абумоўлена форма парашута (мал. 147, в)? Растлумачце самастойна.

4. **Ад скорасці руху:** сіла супраціўлення ўзрастае з павелічэннем скорасці руху цела *адносна асяроддзя*. Пры малых скарасцях яна расце прама прапарцыянальна модулю скорасці, а пры вялікіх — квадрату модуля скорасці і нават хутчэй.

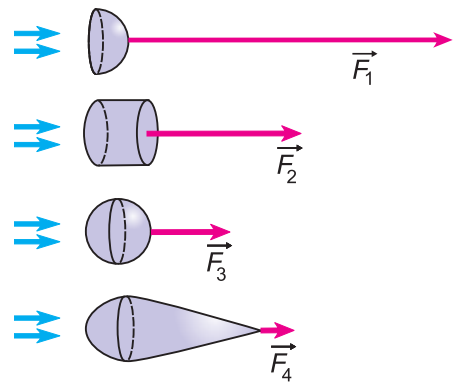
Сілы трэння і супраціўлення асяроддзя (як і сілы пругкасці) вызначаюцца ўзаемадзеяннем малекул і, такім чынам, маюць электрамагнітную прыроду.



Мал. 144



Мал. 145



Мал. 146



Мал. 147

Галоўныя вывады

1. Сіла трэння слізгання прама прапарцыянальна сіле ціску і накіравана супраць скорасці руху цела.
2. Каэфіцыент трэння слізгання залежыць ад матэрыялаў і стану паверхняў, якія судакранаюцца, але практычна не залежыць ад іх плошчы.
3. Сіла трэння качэння істотна меншая за сілу трэння слізгання.
4. Сіла трэння спакою ўзнікае пры наяўнасці знешняй сілы, якая імкнецца выклікаць рух цела.
5. Сілы супраціўлення руху цела ў газе або вадкасці залежаць ад уласцівасцей асяроддзя, памераў і формы цела і ад скорасці яго руху.

? Кантрольныя пытанні

1. Якія віды трэння вам вядомы?
2. Ад чаго залежыць сіла трэння слізгання? Сіла трэння спакою?
3. Ад чаго залежаць сілы супраціўлення руху цела ў вадкасці або газе?
4. Якая прырода сіл трэння і сіл супраціўлення асяроддзя?



Прыклад рашэння задачы

Аўтамабіль, што рухаўся са скорасцю, модуль якой $v_1 = 54 \frac{\text{км}}{\text{г}}$, тармозіць на гарызантальным участку дарогі да поўнага спынення. Каэфіцыент трэння слізгання $\mu = 0,30$. Прыняўшы $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, вызначыце час тармажэння і тармажны шлях.

Дадзена:

$$v_1 = 54 \frac{\text{км}}{\text{г}} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 0$$

$$\mu = 0,30$$

$$g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

$$t = ?$$

$$s = ?$$

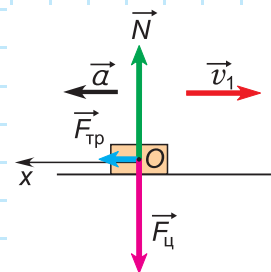
Рашэнне

Пакажам сілы, якія дзейнічаюць на аўтамабіль (мал. 148).

Сіла цяжару $\vec{F}_c$ і сіла рэакцыі апоры $\vec{N}$ кампенсуюць адна адну. Выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных

да аўтамабіля, роўна сіле трэння. Па другім законе Ньютана $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{тр}}$. У праекцыі на вось Ox : $ma = F_{\text{тр}}$.

Паколькі $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu F_c = \mu mg$, модуль паскарэння $a = \mu g$. Улічваючы, што $a = \frac{v_1}{t}$, атрымаем: $\frac{v_1}{t} = \mu g$, адкуль $t = \frac{v_1}{\mu g}$.



Мал. 148

Падставіўшы лікавыя значэнні, знаходзім: $t = \frac{15 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0,30 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 5,0 \text{ с.}$

Тармажны шлях: $s = \frac{at^2}{2} = \frac{v_1 t^2}{2t} = \frac{v_1 t}{2}$; $s = \frac{15 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 5,0 \text{ с}}{2} \approx 38 \text{ м.}$

Адказ: $t = 5,0 \text{ с}$; $s = 38 \text{ м.}$

Практыкаванне 16

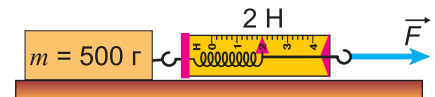
1. Чаму небяспечная язда з вялікай скорасцю па мокрай або абледзянелай дарозе?

2. Чаму з надыходам зімы забараняецца выкарыстанне «летніх» аўташын?

3. Як накіравана паскарэнне, калі выніковая ўсіх сіл, што дзейнічаюць на цела, якое рухаецца, роўна сіле трэння?

4. Цела масай m знаходзілася на гарызантальнай паверхні ў стане спакою. Выкарыстоўваючы графік залежнасці сілы трэння ад знешняй сілы (гл. мал. 141 на с. 94), апішыце, як будзе паводзіць сябе цела, калі да яго прыкладуць гарызантальную сілу F , якая паступова ўзрастае. Як пры гэтым будзе змяняцца сіла трэння? Якога максімальнага значэння яна дасягне? Чаму пункт B графічна ляжыць ніжэй за пункт A ?

5. Па даных малюнка 149 знайдзіце каэфіцыент трэння слізгання драўлянага бруска па драўлянай дошцы. Рух бруска лічыце раўнамерным.



Мал. 149

6. На дошцы ляжыць кніга масай $m = 0,60 \text{ кг}$. Дошку павольна нахіляюць. Кніга пачала слізаць па дошцы, як толькі вугал паміж дошкай і гарызонтам стаў большы, чым $\alpha = 30^\circ$. Вызначыце максімальную сілу трэння спакою і каэфіцыент трэння спакою. Каэфіцыент g у дадзенай і наступных задачах прыняць роўным $10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$.

7. Да вертыкальнай сцяны прыціснулі цагліну. Модуль прыціскаючай гарызантальнай сілы $F = 40 \text{ Н}$. Вызначыце максімальную масу цагліны, пры якой яна яшчэ не будзе слізаць па сцяне ўніз. Каэфіцыент трэння цагліны аб сцяну $\mu = 0,5$.

8. Аўтамабіль тармазіць на гарызантальным прамалінейным участку шашы, зніжаючы сваю скорасць ад $v_1 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да $v_2 = 36 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце мінімальны час тармажэння аўтамабіля і яго мінімальны тармажны шлях, калі каэфіцыент трэння $\mu = 0,50$.



§ 21.

Рух цела пад дзеяннем сілы цяжару

Законы падзення цел цікавілі людзей са старажытных часоў. Лічылася відавочным, што цяжкія целы падаюць хутчэй, чым лёгкія. А што паказвае дослед?

Змесцім на дно шкляной трубкі шрацінку, кавалачак корку і птушынае пяро. Перавернем трубку. Хутчэй за ўсё падае шрацінка, павольней за ўсё — пяро (мал. 150, а). Ці азначае гэта, што цяжкія целы падаюць хутчэй, чым лёгкія? Не спяшайцеся з адказам. Аднапмуем з трубкі паветра (мал. 150, б) і перавернем яе зноў (мал. 150, в). Цяпер шрацінка, корак і пяро дасягаюць дна адначасова!

Целы падаюць па-рознаму не з-за адрознення мас, а з-за адрознення сіл супраціўлення паветра, якія дзейнічаюць на іх. Такі вывад зрабіў Галілей яшчэ ў XVI ст.

Рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару, называецца свабодным падзеннем.

Чаму шрацінка, корак, пяро, што свабодна падалі, рухаліся аднолькава?

Знойдзем паскарэнне свабоднага падзення $\vec{a}_{\text{св}}$ цела масай m . На яго дзейнічае толькі сіла цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$, модуль якой роўны mg . Па другім законе Ньютана $\vec{a}_{\text{св}} = \frac{\vec{F}_{\text{ц}}}{m}$. Значыць, паскарэнне ўсіх цел, што свабодна падаюць, накіравана па вертыкалі ўніз, а яго модуль

$$a_{\text{св}} = \frac{mg}{m} = g. \quad (1)$$

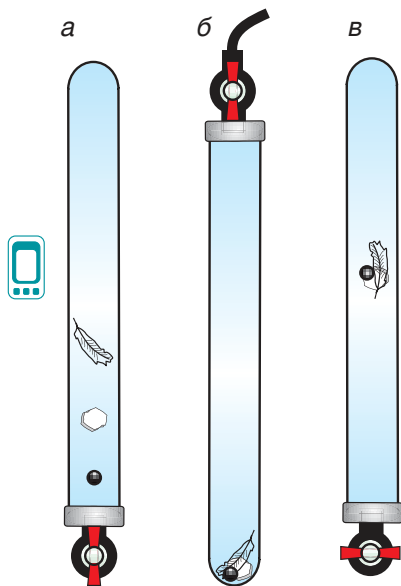
Паскарэнне свабоднага падзення для ўсіх цел (у адным і тым жа месцы) аднолькавае.

У чым прычына такой дзіўнай заканамернасці? У тым, што маса з'яўляецца адначасова:

- мерай *гравітацыйных* уласцівасцей цел (сіла цяжару прама прапарцыянальна масе);
- мерай інертнасці цел (паскарэнне адваротна прапарцыянальна масе) (гл. § 16).

Менавіта таму ў формуле (1) маса m трапляе і ў лічнік, і ў назоўнік і скарачаецца.

У 7-м класе каэфіцыент g мы выражалі ў $\frac{\text{Н}}{\text{кг}}$, а згодна з формулай (1) g вымяраецца ў $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. У гэтым няма супярэчнасці. Дакажыце самастойна, што $\frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Мал. 150

Для дапытлівых

На шыраце Мінска $g = 9,813 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на экватары — $g = 9,780 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, на полюсах — $g = 9,832 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Прычынай залежнасці паскарэння свабоднага падзення ад геаграфічнай шыраты з’яўляецца вярчэнне Зямлі вакол сваёй восі, а таксама «сплясканасць» Зямлі каля полюсаў. Пры аддаленні ад паверхні Зямлі паскарэнне свабоднага падзення паступова памяншаецца.

Характарыстыкі руху цел, якія свабодна падаюць (траекторыя, час палёту і г. д.), залежаць ад становішча пункта кідання і ад пачатковай скорасці.

Разгледзім розныя рухі металічнага шарыка: а) вертыкальна ўніз (мал. 151); б) гарызантальна (мал. 152).

1. Шарык падае з вышыні h без пачатковай скорасці ($\vec{v}_0 = \vec{0}$).

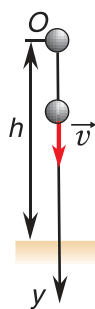
Рух шарыка будзе прамалінейным, роўнапаскораным (мал. 151).

Праекцыя скорасці v_y на вось Oy і каардыната роўныя:

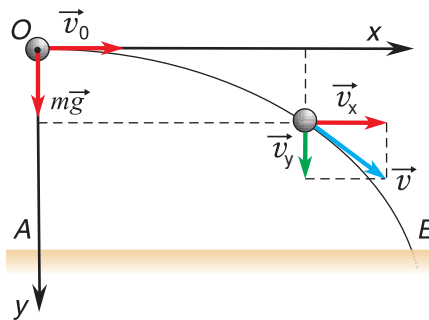
$$v_y = gt; \quad y = \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

З формул (2) можна вызначыць любую характарыстыку руху шарыка. Напрыклад, прыраўнаваўшы $y = h$, знойдзем час падзення $t_{\text{падз}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Затым, падставіўшы $t_{\text{падз}}$ у формулу для v_y , вызначым скорасць шарыка ў канцы падзення $v_{\text{падз}} = \sqrt{2gh}$.

2. Шарык кінуты гарызантальна. На малюнку 152 бачна, што шарык, кінуты гарызантальна, рухаецца па крывалінейнай траекто-



Мал. 151



Мал. 152

рыі OB . Пры гэтым ён удзельнічае адначасова ў двух рухах: перамяшчаецца ўправа па гарызанталі і зніжаецца па вертыкалі.

Для апісання руху шарыка ўвядзём дзве каардынатыныя восі (Ox і Oy). У час палёту на шарык дзейнічае адна пастаянная сіла $m\vec{g}$, накіраваная па восі Oy . Такім чынам, праекцыі паскарэння шарыка:

$$a_x = 0; \quad a_y = g.$$

У выніку:

- праекцыя скорасці шарыка v_x і яго каардыната x змяняюцца па законах раўнамернага руху з пачатковай скорасцю v_0 :

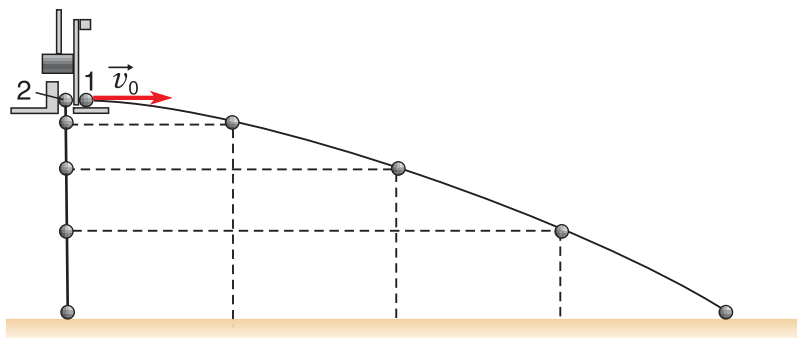
$$v_x = v_0; \quad x = v_0 t; \quad (3)$$

- праекцыя скорасці v_y і каардыната y змяняюцца па законах роўнапаскоранага руху без пачатковай скорасці. Для іх выконваюцца тыя ж формулы (2), што і для шарыка ў папярэднім прыкладзе.

Адсюль вынікае, што час палёту шарыка ў выпадках, паказаных на малюнках 151 і 152, аднолькавы! Ён роўны $t_{\text{падз}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ і не залежыць ад пачатковай скорасці.

Пацвердзім гэта доследам з дапамогай устаноўкі, паказанай на малюнку 153. У выніку ўдару малатком па пласціне шарык 1 набывае гарызантальную пачатковую скорасць $\vec{v}_0$. У той жа момант шарык 2 пачынае падзенне па вертыкалі без пачатковай скорасці. Шарыкі дасягаюць гарызантальнай паверхні адначасова.

Дадатковую інфармацыю даюць фатаграфіі шарыкаў, зробленыя праз роўныя прамежкі часу (мал. 153). Яны пацвярджаюць, што рух абодвух шарыкаў па вертыкалі быў роўнапаскораным (і аднолькавым), а рух шарыка 1 па гарызанталі — раўнамерным.



Мал. 153

Знойдзем гарызантальную далёкасць палёту шарыка — адлегласць l ад пункта A да месца падзення шарыка — пункта B (гл. мал. 152). На малюнку бачна, што адлегласць l роўна значэнню каардынаты x у момант падзення:

$$l = v_0 t_{\text{падз}} = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Скорасць руху шарыка ў кожным пункце накіравана па датычнай да траекторыі. З дапамогай формул (2) і (3) знаходзім залежнасць модуля скорасці ад часу: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$. У канцы палёту $v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$. Дакажыце гэта самастойна.

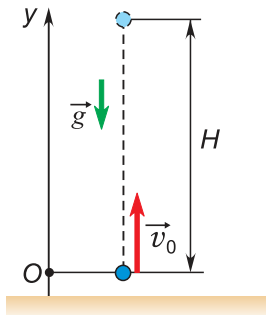
Вызначым цяпер форму траекторыі. Выразім час t з формулы (3)

$t = \frac{x}{v_0}$ і падставім яго ў выраз для y з формулы (2) ($y = \frac{gt^2}{2}$). Знаходзім: $y = \frac{gx^2}{2v_0^2}$ (ураўненне парабалы). Такім чынам, траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, ёсць ўчастак парабалы з вяршыняй у пункце кідання.

3. Шарык кінуты вертыкальна ўверх. Шарык пры пад'ёме рухаецца прамалінейна і роўназапаволена (мал. 154). Праекцыя скорасці руху v_y і каардыната y шарыка вызначаюцца па формулах

$$v_y = v_0 - gt; \quad y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (4)$$

Прыраўнаваўшы $v_y = 0$, знойдзем час пад'ёму: $t_{\text{п}} = \frac{v_0}{g}$. Прыраўнаваўшы $y = 0$, атрымаем поўны час палёту: $t_{\text{пал}} = \frac{2v_0}{g}$. Падставіўшы $t_{\text{п}}$ у формулу для каардынаты y з (4), вызначым максімальную вышыню пад'ёму: $H = \frac{v_0^2}{2g}$.



Мал. 154

Галоўныя вывады

1. Свабодным падзеннем называюць рух цела, на якое дзейнічае толькі сіла цяжару.
2. Паскарэнні ўсіх цел, якія свабодна падаюць, у адным і тым жа месцы аднолькавыя. Паблізу ад паверхні Зямлі модуль паскарэння свабоднага падзення пастаянны і роўны $g \approx 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
3. Цела, якое свабодна падае, удзельнічае адначасова ў двух рухах: у роўнапераменным па вертыкалі і ў раўнамерным — па гарызанталі.
4. Траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, з'яўляецца ўчасткам парабалы (калі супраціўленне паветра можна не ўлічваць).

Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах падзенне цел у паветры можна лічыць свабодным?
2. Чаму пры звычайным ціску паветра ў трубы пры падзенні паверхняй, чым шрацінка (гл. мал. 150, а)? Рух якога з цел бліжэйшы да свабоднага падзення?
3. Чаму паскарэнне свабоднага падзення не залежыць ад масы цела, якое рухаецца?
4. Што агульнага ў руху цел, кінутых вертыкальна і гарызантальна?
5. Што такое гарызантальная далёкасць палёту? Як яе знайсці?



Прыклады рашэння задач

1. З балкона дзясятага паверха дзяўчынка кінула свайму брату звязку ключоў, надаўшы ёй пачатковую скорасць $\vec{v}_0$, накіраваную вертыкальна ўніз. Да моманту прызямлення скорасць звязкі стала роўнай $\vec{v}_1$. Вызначыце вышыню, з якой былі скінуты ключы, і час іх падзення, калі $v_0 = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_1 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Супраціўленне паветра не ўлічваць; $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$v_0 = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_1 = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$t_1 = ?$$

$$h = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 155).

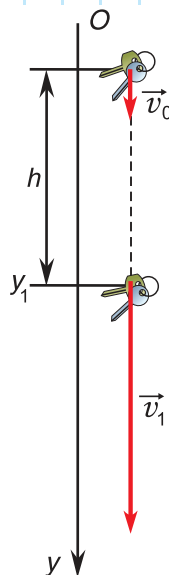
Скорасць $\vec{v}_1 = \vec{v}_0 + \vec{g}t_1$, дзе t_1 — час падзення. У праекцыі на вось Oy атрымаем: $v_1 = v_0 + gt_1$. Тады час падзення:

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{g} = \frac{25 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 2,0 \text{ с.}$$

Вышыня, з якой скінуты ключы, роўна значэнню каардынаты y_1 у момант іх прызямлення:

$$h = y_1 = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} = 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2,0 \text{ с} + 5,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 4,0 \text{ с}^2 = 30 \text{ м.}$$

Адказ: $t_1 = 2,0 \text{ с}$; $h = 30 \text{ м}$.



Мал. 155

2. Хлопчык, стоячы на беразе, кідае ў возера каменьчык. Пункт кідання знаходзіцца на вышыні $h = 1,8 \text{ м}$ над паверхняй вады. Пачатковая скорасць каменьчыка $\vec{v}_0$ накіравана гарызантальна. Каменьчык падае ў ваду на адлегласці $l = 4,8 \text{ м}$ ад берага. Вызначыце час палёту каменьчыка, модуль яго пачатковай скорасці і модуль скорасці, з якой ён увайшоў у ваду. Супраціўленне паветра не ўлічваць; $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$h = 1,8 \text{ м}$

$l = 4,8 \text{ м}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

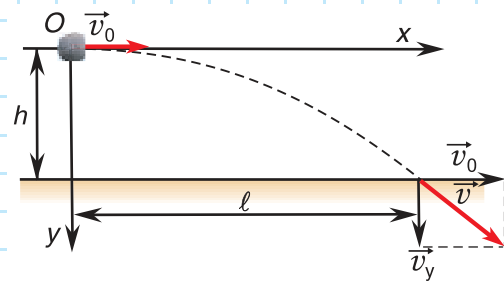
$v_0 = ?$

$v = ?$

$t = ?$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 156).

Каменьчык удзельнічае адначасова ў двух рухах: раўнамерным са скорасцю $\vec{v}_0$ па гарызанталі і роўнапа-

Мал. 156

скораным без пачатковай скорасці па вертыкалі. У канцы палёту праекцыі скорасці на восі Ox і Oy і каардынаты каменьчыка:

$$v_x = v_0; \quad x = l = v_0 t; \quad v_y = gt; \quad y = h = \frac{gt^2}{2}.$$

Адсюль

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,8 \text{ м}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}} = 0,6 \text{ с}; \quad v_0 = \frac{l}{t} = \frac{4,8 \text{ м}}{0,6 \text{ с}} = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} = \sqrt{64 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 36 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\text{Адказ: } t = 0,6 \text{ с}; \quad v_0 = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Практыкаванне 17

У задачах дадзенага практыкавання не ўлічваць супраціўленне паветра і прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. З якой скорасцю трэба кінуць мяч вертыкальна ўверх, каб ён вярнуўся назад праз час $t = 2,0 \text{ с}$? Якой вышыні ён дасягне?

2. Мяч кінуты вертыкальна ўверх з вышыні $h = 18,2 \text{ м}$ са скорасцю, модуль якой $v_0 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Праз які час ён апынецца на ўзроўні пункта кідання? Колькі часу пасля гэтага ён яшчэ будзе падаць? З якой скорасцю прыземліцца?

3. Шарык коціцца ў напрамку да краю пісьмовага стала са скорасцю, модуль якой $v = 20 \frac{\text{см}}{\text{с}}$. Вышыня стала $h = 125 \text{ см}$. На якой адлегласці ад стала ўпадзе шарык?

4. Садоўнік палівае дрэвы з дапамогай шланга, з якога б'е гарызантальны струмень на вышыні $h = 1,25 \text{ м}$ ад паверхні паліву. З якой скорасцю павінны выцякаць струмень, каб садоўнік мог паліць дрэва, аддаленае ад шланга на адлегласць $l = 3,00 \text{ м}$?



§ 22.

Рух ціла, кінутага пад вуглом да гарызонту

(для дадатковага чытання)

Разгледзім рух ціла, кінутага пад вуглом да гарызонту. Такі рух выконваюць, напрыклад, валебольны мяч, артылерыйскі снарад і інш.

Мадэллю руху ціла, кінутага пад вуглом да гарызонту, можа быць рух кропляў, якія ўтвараюць вадзяны струмень. Правядзём дослед на ўстаноўцы, паказанай на малюнку 157. У адкрытай пасудзіне знаходзіцца падфарбаваная вада. Струмень утвараецца з дапамогай гнуткага шланга з наканечнікам. Для вызначэння выгляду траекторыі кропель форму струменя можна параўнаць з парабаламі, загадзя намалёванымі на аркушы кардону.

Вызначым на доследзе, як пачатковая скорасць кропляў уплывае на максімальную вышыню H і далёкасць L іх палёту.

Не змяняючы вугал вылету кропель α , павялічым іх пачатковую скорасць, паднімаючы вышэй пасудзіну з вадой. Вышыня H і далёкасць палёту L таксама будуць павялічвацца.

Затым, не змяняючы модуль пачатковай скорасці, будзем павялічваць вугал α вылету кропель ад 0° да 90° . Параўнанне формы струменя з крывымі, намалёванымі на кардоне, пакажа на падабенства траекторыі кропель да парабалы. Дослед паказаў, што

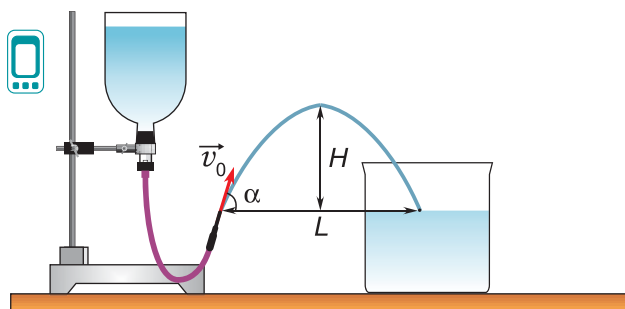
вышыня і далёкасць палёту, а таксама далёкасць траекторыі ціла, кінутага пад вуглом да гарызонту, залежаць ад вугла кідання і ад пачатковай скорасці.

А што паказваюць разлікі? Ціла, кінутае пад вуглом да гарызонту, удзельнічае адначасова ў руху па вертыкалі і па гарызанталі. Калі супраціўленне паветра можна не ўлічваць, то рух па вертыкалі будзе роўнапераменным з пачатковай скорасцю v_{0y} , а па гарызанталі — раўнамерным са скорасцю v_{0x} (мал. 158).

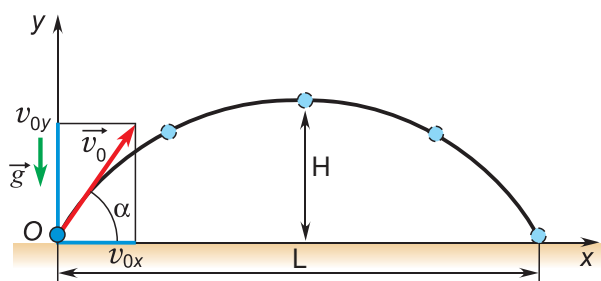
Тады залежнасці ад часу для праекцый скорасці і каардынат ціла на восі Ox і Oy маюць выгляд:

$$v_x = v_{0x}; \quad x = v_{0x}t; \quad (1)$$

$$v_y = v_{0y} - gt; \quad y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$



Мал. 157



Мал. 158

На малюнку 158 бачна, што $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$, $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$. Таму максімальная вышыня H , час пад'ёму на гэту вышыню $t_{\text{п}}$ і час палёту $t_{\text{пал}}$ вызначаюцца формуламі для роўнапераменнага руху цела, кінутага вертыкальна ўверх з пачатковай скорасцю $v_0 \sin \alpha$:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}; \quad t_{\text{п}} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}; \quad t_{\text{пал}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}. \quad (3)$$

Памножыўшы праекцыю скорасці v_x на час палёту $t_{\text{пал}}$, атрымаем гарызантальную далёкасць палёту:

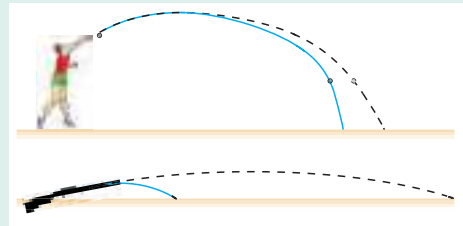
$$L = v_x t_{\text{пал}} = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot 2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (4)$$

(пры вывадзе формулы (4) выкарыстоўвалася трыганаметрычная суадносіна $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$).

Формула (4) паказвае: максімальная далёкасць палёту L_{max} дасягаецца пры $\sin 2\alpha = 1$ (г. зн. пры вугле кідання $\alpha = 45^\circ$), далёкасць палёту прама прапарцыянальна квадрату пачатковай скорасці.

▼ Для дапытлівых

Уплыў супраціўлення паветра на рух цел вялікай масы і малых памераў пры невялікіх скарасцях нязначны (кінуты камень, спартыўнае ядро і інш.). У іншых выпадках, напрыклад для валебольнага мяча, кулі з ружжа і г. д., супраціўленне паветра вельмі істотнае. На малюнку 159 паказаны траекторыі рэальнага руху (суцэльныя лініі) і траекторыі руху без уліку супраціўлення паветра (штрыхавыя лініі): а) для спартыўнага ядра; б) для кулі з ружжа.



Мал. 159

■ Галоўныя вывады

Калі супраціўленне паветра можна не ўлічваць, то:

1. Цела, кінутае пад вуглом да гарызонту, рухаецца з пастаянным паскарэннем па вертыкалі і раўнамерна — па гарызанталі.
2. Траекторыя руху цела, кінутага пад вуглом да гарызонту, з'яўляецца парабалай.



Кантрольныя пытанні

1. Пры якім значэнні вугла кідання дасягаецца максімум далёкасці палёту пры зададзенай пачатковай скорасці?
2. Дакажыце, што пры значэннях вуглоў кідання α і $(90^\circ - \alpha)$ далёкасці палёту цела будуць аднолькавымі.



§ 23.

Закон сусветнага прыцягнення

У 7-м класе вы даведаліся аб сусветным прыцягненні. Сіламі прыцягнення (гравітацыйнымі сіламі) прыцягваюцца адно да аднаго ўсе фізічныя целы: атамы, малекулы, целы звычайных памераў, планеты, зоркі. Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў вакол нас? З якой сілай Сонца прыцягвае Зямлю?

Адказы на такія пытанні дае закон сусветнага прыцягнення, сфармуляваны І. Ньютанам у 1667 г.

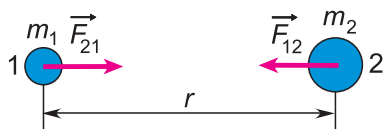
Усе целы прыцягваюць адно другое сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

дзе m_1 і m_2 — масы цел, r — адлегласць паміж цэламі, G — гравітацыйная пастаянная.

Формула (1) дае дакладнае значэнне F для матэрыяльных пунктаў і аднародных цел, якія маюць форму шара (тады r — адлегласць паміж іх цэнтрамі). Сілу прыцягнення для цел адвольнай формы вылічваюць, умоўна падзяляючы кожнае цела на малыя часткі і падсумоўваючы сілы прыцяжэння частак аднаго цела да частак другога.

Сілы прыцягнення $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ (мал. 160) накіраваны па лініі, якая злучае целы, у процілеглыя бакі. Модулі сіл роўныя: $F_{12} = F_{21} = F$.

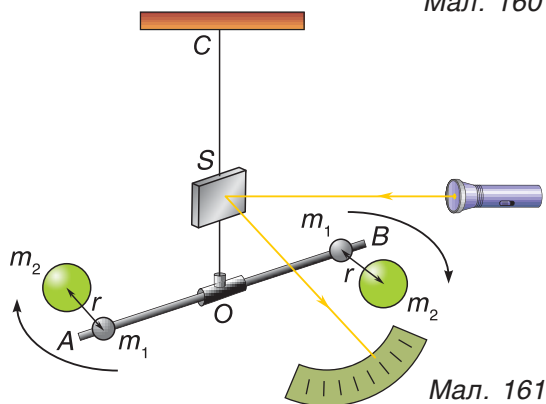


Мал. 160

Згодна з формулай (1) гравітацыйная пастаянная G лікава роўна сіле прыцяжэння двух матэрыяльных пунктаў масамі па 1 кг, якія знаходзяцца на адлегласці 1 м адзін ад аднаго.

Значэнне гравітацыйнай пастаяннай можна вызначыць эксперыментальна. Упершыню такі дослед быў праведзены Генры Кавендзішам у 1798 г.

Схема ўстаноўкі паказана на малюнку 161. На стрыжні AB замацаваны два аднолькавыя свінцовыя шарыкі масай $m_1 = 775$ г. Стрыжань падвешаны на тонкай пругкай металічнай нітцы OC



Мал. 161

з лёгкім люстэркам S . Такое ўстройства называецца *круцільнымі вагамі*.

Прыцяжэнне шарыкаў да цяжкіх нерухомах свінцовых шароў масамі $m_2 = 49,5$ кг выклікае паварот стрыжня AB і закручванне ніткі OC . Вугал закручвання надзвычай малы. Яго вызначалі з дапамогай праменя святла, адбітага ад люстэрка S , і шкалы. Па вугле закручвання ніткі знаходзілі сілу прыцяжэння.

Ведаючы масы m_1 і m_2 , адлегласць r (гл. мал. 161) і модуль сілы прыцяжэння F , па формуле (1) можна знайсці гравітацыйную пас-

таянную $G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$. Сучасныя эксперыменты даюць значэнне

$$G = 6,6741 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \approx 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Значэнне гравітацыйнай пастаяннай вельмі малое. У сувязі з гэтым малая і сіла прыцяжэння аднаго цела да другога ў навакольным асяроддзі. Сілы ж прыцяжэння гэтых цел да Зямлі не малыя, паколькі маса Зямлі велізарная (каля $6 \cdot 10^{24}$ кг).

Закон сусветнага прыцягнення тлумачыць вельмі многае ў навакольным свеце. З дапамогай дадзенага закону можна знайсці паскарэнне свабоднага падзення цел на розных планетах, вызначыць масу Сонца, Зямлі і іншых планет, вылічыць скорасць руху арбітальнай станцыі і г. д.

Паскарэнне свабоднага падзення на планетах. Мы ведаем, што на паверхні Зямлі $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Чаму яно роўна на іншых планетах?

Разгледзім цела масай m , якое знаходзіцца на адлегласці r ад цэнтра планеты масай M і радыусам R (мал. 162). Сіла прыцяжэння $\vec{F}$ цела да планеты надае яму паскарэнне $\vec{g}_r = \frac{\vec{F}}{m}$. З закону сусветнага прыцягнення $F = G \frac{Mm}{r^2}$. Тады $g_r = G \frac{M}{r^2}$.

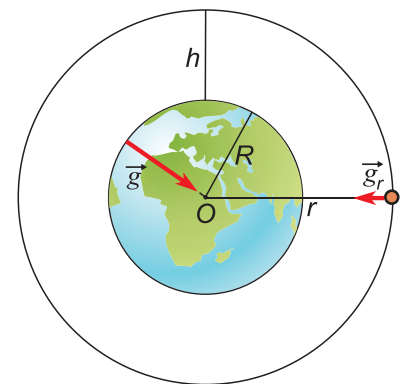
Паколькі $r = R + h$, дзе h — адлегласць да паверхні планеты, то:

$$g_r = G \frac{M}{(R + h)^2}. \quad (2)$$

З ростам вышыні h паскарэнне свабоднага падзення спадае. На паверхні планеты, г. зн. пры $h = 0$, згодна з формулай (2)

$$g = G \frac{M}{R^2}. \quad (3)$$

Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна масе планеты і адваротна прапарцыянальна квадрату яе радыуса.



Мал. 162

▼ Для дапытлівых

Разгледзьце табліцу 3 і параўнайце паскарэнне свабоднага падзення на Юпітэры і на Месяцы з паскарэннем свабоднага падзення g на Зямлі.

Табліца 3. Масы, радыусы і паскарэнні свабоднага падзення для некаторых планет і іх спадарожнікаў

Планеты Пара- метры для параў- нання	Меркурый	Венера	Зямля	Месяц	Юпітэр
Маса M , кг	$3,33 \cdot 10^{23}$	$4,87 \cdot 10^{24}$	$5,97 \cdot 10^{24}$	$7,35 \cdot 10^{22}$	$1,90 \cdot 10^{27}$
Радыус R , км	2440	6050	6370	1740	69 900
g , $\frac{M}{c^2}$	3,7	8,9	9,8	1,6	24

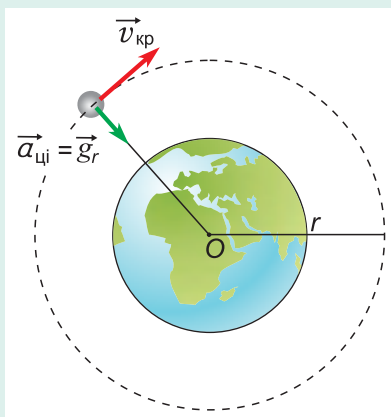
«Узважванне» Зямлі. Выразім з формулы (3) масу планеты:

$$M = \frac{gR^2}{G}. \quad (4)$$

З формулы (4) вынікае: ведаючы паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты, яе радыус і гравітацыйную пастаянную, можна вызначыць масу планеты. Напрыклад, маса Зямлі

$$M_3 = \frac{gR_3^2}{G} = \frac{9,8 \frac{M}{c^2} \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2 m^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot M^2}{кг^2}} = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ кг.}$$

Скорасць руху спадарожніка Зямлі па кругавой арбіце. За межамі атмасферы сілы супраціўлення руху спадарожніка адсутнічаюць. На яго дзейнічае толькі сіла прыцяжэння да Зямлі. Таму спадарожнік рухаецца з паскарэннем $\vec{g}_r$. Яно накіравана да цэнтра арбіты і з'яўляецца цэнтраімклівым паскарэннем: $\vec{g}_r = \vec{a}_{цi}$ (мал. 163).



Мал. 163

Як мы ведаем з кінематыкі, $a_{цi} = \frac{v_{кр}^2}{r}$, дзе $v_{кр}$ — модуль скорасці руху спадарожніка па кругавой арбіце. Значыць, $g_r = \frac{v_{кр}^2}{r}$, адкуль

$$v_{кр} = \sqrt{g_r r}. \quad (5)$$

Скорасць руху цела па кругавой арбіце, блізкай да паверхні планеты ($r \approx R$), называецца **першай касмічнай скорасцю**. З формулы (5) значэнне першай касмічнай скорасці для Зямлі:

$$v_1 = \sqrt{gR_3} = \sqrt{9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}} = 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 8 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Другой касмічнай скорасцю v_2 называюць найменшую пачатковую скорасць, набыўшы якую цела зможа пакінуць планету. Можна даказаць, што $v_2 = \sqrt{2}v_1$. Для Зямлі $v_2 \approx 11 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Скорасць руху па кругавой арбіце радыусам r можна выразіць праз масу планеты і радыус арбіты. Падставіўшы g_r з формулы (2) у формулу (5), атрымаем:

$$v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}. \quad (6)$$

Бачна, што скорасць $v_{\text{кр}}$ памяншаецца пры павелічэнні радыуса арбіты.

З формулы (6) можна знайсці масу M . Значыць, спадарожнікі планеты могуць «расказаць» аб масе планеты, а планеты — аб масе Сонца!

■ Галоўныя вывады

1. Усе целы прыцягваюць адно другое сіламі, прама прапарцыянальнымі здабытку мас гэтых цел і адваротна прапарцыянальнымі квадрату адлегласці паміж імі.
2. Гравітацыйная пастаянная паказвае, з якой сілай прыцягваюцца матэрыяльныя пункты масамі па 1 кг на адлегласці 1 м адзін ад аднаго.
3. Паскарэнне свабоднага падзення на паверхні планеты прама прапарцыянальна яе масе і адваротна прапарцыянальна квадрату радыуса планеты.

? Кантрольныя пытанні

1. Чаму мы не заўважаем узаемнага прыцяжэння прадметаў вакол нас?
2. Як змяняецца сіла прыцягнення пры павелічэнні адлегласці паміж цэламі?
3. Які фізічны сэнс мае гравітацыйная пастаянная G ? Як знайсці яе на доследзе?

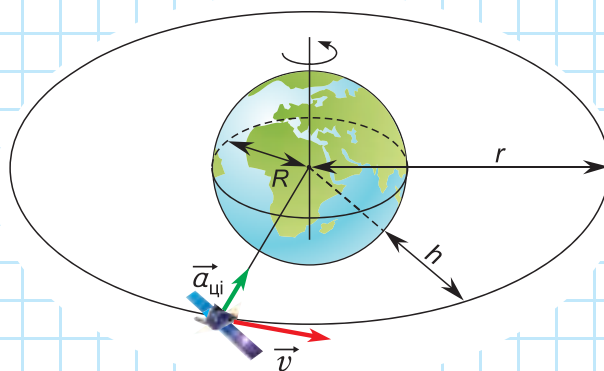


Прыклад рашэння задачы

Геастацыянарным называюць спадарожнік, які пастаянна знаходзіцца над пэўным пунктам паверхні Зямлі. Такія спадарожнікі шырока выкарыстоўваюцца як спадарожнікі сувязі. Вызначыце радыус арбіты геастацыянарнага спадарожніка і яго вышыню над паверхняй Зямлі.

Рашэнне

Арбіта геастацыянарнага спадарожніка — акружнасць, якая ляжыць у экватарыяльнай плоскасці Зямлі (мал. 164). Перыяд абарачэння такога спадарожніка супадае з перыядам вярчэння Зямлі вакол сваёй восі ($T = 24$ г).



Мал. 164

Хоць геастацыянарны спадарожнік нерухомы адносна Зямлі, ён рухаецца паскорана адносна інерцыяльнай сістэмы, звязанай з зоркамі. Яго цэнтраімклівае паскарэнне (мал. 164) $a_{ц} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ створана сілай прыцягнення Зямлі. Прыраўнаваўшы $a_{ц}$ да паскарэння свабоднага падзення $g_r = g \frac{R^2}{r^2}$, атрымаем:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = g \frac{R^2}{r^2}.$$

Адсюль радыус арбіты $r = \sqrt[3]{\frac{gR^2 T^2}{4\pi^2}}$. Падставіўшы $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, радыус Зямлі $R = 6,4 \cdot 10^6$ м, перыяд абарачэння $T = 24 \cdot 3600$ с = $8,64 \cdot 10^4$ с, знойдзем: $r = 4,2 \cdot 10^7$ м. Пры такім радыусе арбіты адлегласць да паверхні Зямлі складзе: $h = r - R = 3,6 \cdot 10^4$ км.

Адказ: $r = 4,2 \cdot 10^7$ м, $h = 3,6 \cdot 10^4$ км.

Практыкаванне 18

1. Як зменіцца сіла прыцягнення паміж двума матэрыяльнымі пунктамі, калі адлегласць паміж імі паменшыцца ў $k = 3$ разы?

2. Ці зменіцца сіла прыцягнення паміж двума цэламі, калі масу аднаго з іх павялічыць у два разы, а адлегласць паміж імі паменшыць у 2 разы?

3. У адным з доследаў па праверцы закону сусветнага прыцягнення модуль сілы прыцяжэння паміж свінцовым шарам масай $m_1 = 5,0$ кг і шарыкам масай $m_2 = 100$ г быў роўны $F = 6,8 \cdot 10^{-9}$ Н. Адлегласць паміж цэнтрамі шароў $r = 7,0$ см. На падставе гэтых даных вызначыце гравітацыйную пастаянную.

4. Вызначыце паскарэнне, выкліканае сілай прыцягнення, на вышыні $h = 2R_3$ ад паверхні Зямлі, калі на паверхні Зямлі яго модуль роўны $g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

5. На якой вышыні ад паверхні Зямлі сіла прыцягнення, якая дзейнічае на цела, паменшыцца ў $k = 3$ разы? Радыус Зямлі $R_3 = 6,4 \cdot 10^6$ м.



6. Вызначыце перыяд абарачэння Міжнароднай касмічнай станцыі (МКС), лічачы, што яна рухаецца па кругавой арбіце на вышыні $h = 430$ км ад паверхні Зямлі.



7. Вакол адной з планет Сонечнай сістэмы па кругавой арбіце радыусам $R = 9400$ км верціцца спадарожнік. Перыяд яго абарачэння $T = 7$ г 40 мін. Вызначыце масу планеты. Аб якой планеце ідзе размова?

8. Зямля рухаецца вакол Сонца па арбіце, блізкай да кругавой, радыусам $r = 1,5 \cdot 10^{11}$ м. Вызначыце масу Сонца.



9. Сіла гравітацыйнага прыцяжэння Месяца Зямлёй роўна палове сілы прыцяжэння Месяца Сонцам. Чаму Месяц не пакідае Зямлю?

10. У большасці пунктаў на Зямлі нітка адвесу адхіляецца ад дакладнага напрамку на цэнтр Зямлі. З чым гэта звязана?



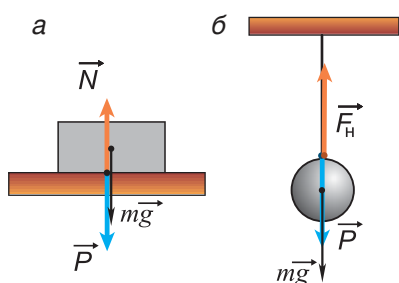
§ 24.

Вага. Бязважкасць і перагрузкі

Ці заўсёды вага роўна сіле цяжару? Пры якіх умовах наступае бязважкасць? Ці можна зведаць стан бязважкасці, не адпраўляючыся ў космас?

У 7-м класе вы даведаліся, што **вага цела** — гэта сіла, з якой цела дзейнічае на апору або на падвес з-за прыцяжэння да Зямлі.

Вагу нельга блытаць з сілай цяжару. Сіла цяжару $m\vec{g}$ — гэта сіла прыцягнення, якая дзейнічае з боку Зямлі на цела. Яна прыкладзена да цела ў яго цэнтры цяжару (мал. 165, а, б).



Мал. 165

Вага $\vec{P}$ — сіла, з якой цела дзейнічае на апору або на падвес. Яна прыкладзена да апоры або да падвесу.

Вага ўзнікае ад таго, што пад дзеяннем сілы цяжару цела імкнецца рухацца ўніз, а апора перашкаджае гэтаму руху. Менавіта таму цела цісне на апору сілай $\vec{P}$. У адказ на сілу $\vec{P}$ апора дзейнічае на цела сілай рэакцыі $\vec{N}$ (мал. 165, а).

Як звязаны паміж сабой вага $\vec{P}$ і сіла цяжару $m\vec{g}$?

Правядзём просты дослед. Пакладзём цела масай $m = 1$ кг на чашу спружынных вагаў. Паказанні вагаў P будуць роўны 9,8 Н, г. зн. $P = mg$. Вынік знаходзіцца ў поўнай згодзе з законамi Ньютана. Па першым законе сілы, якія дзейнічаюць на цела, што знаходзіцца ў стане спакою, кампенсуюць адна адну:

$$m\vec{g} = -\vec{N}. \quad (1)$$

Па трэцім законе Ньютана

$$\vec{P} = -\vec{N}. \quad (2)$$

Значыць, $\vec{P} = m\vec{g}$.

Але ці заўсёды вага лікава роўна сіле цяжару?

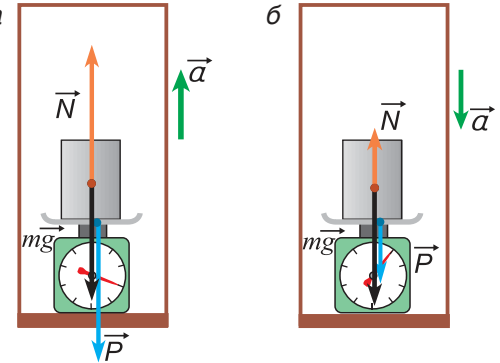
Працягнем дослед у кабiне ліфта. Калі ліфт рухаецца раўнамерна, то паказанні вагаў будуць такімі ж, як у стане спакою. Вага $\vec{P}$ цела, якое рухаецца раўнамерна і прамалінейна (як і таго, што знаходзіцца ў стане спакою), роўна сіле цяжару $m\vec{g}$.

Няхай цяпер кабiна ліфта рухаецца з паскарэннем $\vec{a}$. Пры паскарэнні, накіраваным уверх, выніковая сіла павiнна быць накіравана ўверх (мал. 166, а). Значыць, $N > mg$. Але па трэцім законе Ньютана

на модулі сіл N і P роўныя. Значыць, $P > mg$, г. зн. вага цела большая за сілу цяжару.

Пры паскарэнні кабіны ліфта, накіраваным уніз (мал. 166, б), вага цела памяншаецца: $P < mg$. Дакажыце гэта самастойна.

Калі ж кабіна ліфта будзе рухацца з паскарэннем $\vec{a} = \vec{g}$, г. зн. свабодна падаць, то цела не будзе дзейнічаць на апору, і паказанні вагаў стануць роўнымі нулю. Знікне не толькі ціск цела на апору, але і ціск адных частак цела на іншыя. Узнікне *стан бязважкасці*.



Мал. 166

У стане бязважкасці знаходзяцца ўсе целы, якія свабодна падаюць.

Як вылічыць вагу цела, якое рухаецца паскорана?

Для цела, якое знаходзіцца ў ліфце, што рухаецца паскорана, па другім законе Ньютана $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Значыць, пры $\vec{a} \neq \vec{0}$ замест роўнасці (1) атрымаецца:

$$m\vec{g} - m\vec{a} = -\vec{N}. \quad (3)$$

Улічыўшы, што $\vec{P} = -\vec{N}$, знаходзім:

$$\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (4)$$

Формула (4) справядлівая пры любым напрамку паскарэння. Неабходна толькі памятаць, што $\vec{a}$ — паскарэнне руху цела (разам з апорай) адносна інерцыяльнай сістэмы адліку.

Лікавае значэнне вагі цела вызначаецца модулем вектара $\vec{P}$:

$$P = m|\vec{g} - \vec{a}|. \quad (5)$$

Змяненне вагі цела, абумоўленае паскораным рухам, характарызуець *перагрузкай* Q . Яе вызначаюць як адносіну вагі цела P у разглядаемых умовах да вагі цела, якое знаходзіцца ў стане спакою адносна Зямлі. Згодна з формулай (5)

$$Q = \frac{P}{mg} = \frac{|\vec{g} - \vec{a}|}{g}.$$

Пры $\vec{a} = \vec{g}$ (г. зн. пры бязважкасці) $Q = 0$. У ракеце, якая стартуе з Зямлі вертыкальна з паскарэннем $\vec{a}$, перагрузка $Q = 1 + \frac{a}{g}$.

Вялікія перагрузкі зведаюць касманаўты, трэніруючыся на цэнтрыфузе (мал. 167, а) і на ўчастку



Мал. 167



Мал. 168

разгону касмічнага карабля ракетай-носьбітам. Па заканчэнні работы рухавікоў і выхадзе за межы атмасферы перагрузкі змяняюцца станам бязважкасці. У стане працяглай бязважкасці знаходзіцца экіпаж арбітальнай станцыі (мал. 167, б).

Перагрузкі і бязважкасць можна зведаць, не адпраўляючыся ў палёт. Перагрузкі ўзнікаюць пры руху з разгонам, тармажэннем, рэзкімі паваротамі (мал. 168). Стан, блізкі да бязважкасці, зведае чалавек у час скачка.

Галоўныя вывады

1. Вага цела — гэта сіла, з якой цела дзейнічае на апору (падвес) з-за дзеяння сілы цяжару.
2. Сіла цяжару прыкладзена да цела, а вага — да апоры або падвесу.
3. Целы, якія свабодна падаюць, знаходзяцца ў стане бязважкасці.

Кантрольныя пытанні

1. Што такое вага? Чым яна адрозніваецца ад сілы цяжару?
2. У якіх умовах вага P роўна сіле цяжару mg ? $P > mg$? $P < mg$?
3. Пры якіх умовах наступае стан бязважкасці?
4. Што называецца перагрузкай?
5. Ці можа вага быць накіравана вертыкальна ўверх?



Прыклад рашэння задачы

Чалавек масай $m = 60$ кг, які знаходзіцца ў кабіне ліфта, што рухаецца ўніз, цісне на падлогу кабіны сілай $\vec{F}$ (мал. 169). Вызначыце паскарэнне кабіны ліфта, калі $F = 690$ Н. Прыміце $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$m = 60 \text{ кг}$$

$$F = 690 \text{ Н}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

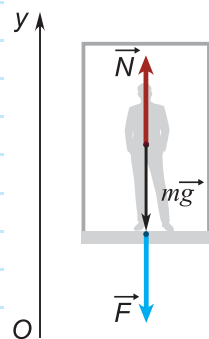
$$\vec{a} = ?$$

Рашэнне

На чалавека ў кабіне ліфта дзейнічаюць: сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі падлогі $\vec{N}$.

Па другім законе Ньютана

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$



Мал. 169

Па трэцім законе Ньютана $\vec{N} = -\vec{F}$.

Тады $m\vec{a} = m\vec{g} - \vec{F}$.

У праекцыі на вось Oy :

$$ma_y = mg_y - F_y = -mg + F.$$

Адсюль

$$a_y = \frac{F - mg}{m};$$

$$a_y = \frac{690 \text{ Н} - 600 \text{ Н}}{60 \text{ кг}} = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Паколькі $a_y > 0$, паскарэнне кабіны накіравана ўверх, хоць яна апускаецца. Значыць, кабіна рухаецца запаволена (з тармажэннем).

Адказ: $a = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; паскарэнне кабіны ліфта накіравана ўверх.

Практыкаванне 19

Ва ўсіх задачах дадзенага практыкавання прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

1. У кабіне пад'ёмніка ляжыць груз. Калі кабіна нерухомая, вага грузу $P = 2,0$ кН. У кабіне, якая рухаецца з пастаянным паскарэннем, вага грузу большая на $\Delta P = 200$ Н. Вызначыце модуль і напрамак паскарэння кабіны пад'ёмніка.

2. Шарык, што вісіць на sprужыне ў кабіне нерухомага ліфта, расцягвае sprужыну на $x_1 = 3,0$ см. У кабіне ліфта, якая рухаецца ўверх з пастаянным паскарэннем, расцяжэнне sprужыны стала роўным $x_2 = 6,0$ см. Вызначыце модуль паскарэння кабіны ліфта.

3. Аўтамабіль масай $m = 4,0$ т рухаецца па выпуклым мосце радыусам крывізны $R = 100$ м. Модуль скорасці аўтамабіля пастаянны і роўны $v = 54 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Знайдзіце вагу аўтамабіля ў верхнім пункце траекторыі.

4. Выкарыстаўшы лікавыя даныя папярэдняй задачы, знайдзіце вагу аўтамабіля ў ніжнім пункце траекторыі пры руху па ўвагнутым мосце.



5. Час разбегу самалёта перад узлётам з палубы авіяноса $t = 3,0$ с. Даўжыня разбегу $s = 108$ м. Якой была вага пілота масай $m = 70$ кг у час разбегу самалёта? Якую перагрузку Q зведаў пілот? Рух самалёта лічыць роўнапаскораным, палубу — гарызантальнай.



6. Груз падвешаны да спружыннага дынамометра. Паказанні дынамометра $F = 34$ Н. Вызначыце масу груза, калі ўзважванне праведзена ў вагоне цягніка, які рухаецца па закругленым участку шляху радыусам $R = 75$ м. Участак шляху гарызантальны. Модуль скорасці поезда пастаянны і роўны $v = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$.



Тэмы праектных заданняў па раздзеле «Асновы дынамікі»

1. Трэнне: шкода або карысць?
2. Залежнасць гранічнай трываласці ніткі ад яе таўшчыні.
3. Як скараціць тармажны шлях?
4. Вызначэнне масы атмасферы Зямлі.
5. Чаму Месяц не падае на Зямлю, а Зямля на Сонца?
6. Сілы ў прыродзе.
7. Фізіка ў танцах.

3

Асновы статыкі



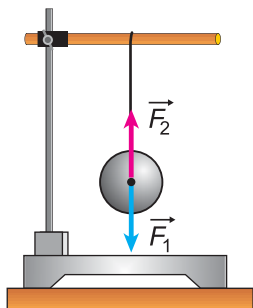
- Чаму нажніцы для разразання металу маюць доўгія ручкі?
- Ці можна падняць аўтамабіль намаганнямі толькі аднаго чалавека?
- Чаму на руцэ, сагнутай у локці, можна ўтрымаць большы груз, чым на выпрастанай?
- У якой вадзе лягчэй навучыцца плаваць: у марской ці ў рачной?





§ 25.

Умовы раўнавагі цел. Момант сілы



Мал. 170

Да гэтага часу мы вывучалі **рух** цел. А ці трэба вывучаць **стан спакою** цел? Безумоўна, трэба! Бо забяспечыць **стан спакою і ўстойлівасць** дамоў, мастоў, плацін, тэлевізійных вежаў і г. д. — найважнейшая практычная задача! Яе рашэннем займаецца **статыка**.

Стан цела, пры якім яно застаецца нерухомым адносна дадзенай інерцыяльнай сістэмы адліку, называюць **станам механічнай раўнавагі**.

Разгледзім, *пры якіх умовах* целы знаходзяцца ў стане раўнавагі.

Першая ўмова вынікае з другога закону Ньютана: для раўнавагі цела **неабходна**, каб вектарная сума ўсіх сіл, прыкладзеных да яго, была роўна нулю:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}. \quad (1)$$

Напрыклад, для раўнавагі шарыка (мал. 170) вектарная сума сілы цяжару $\vec{F}_1$ і сілы пругкасці $\vec{F}_2$, якія дзейнічаюць на шарык, павінна быць роўна нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.

Але *ці дастаткова* выканання ўмовы (1) для раўнавагі цел? Напрыклад, для цела, якое мае вось вярчэння: кола аўтамабіля (мал. 171, а), кола агляду (мал. 171, б), калаўрота (мал. 171, в), рулявога кола (мал. 172) і г. д.

На малюнку 172, а на рулявое кола дзейнічаюць сіла цяжару $m\vec{g}$ і сіла рэакцыі восі $\vec{N}$. Іх сума $m\vec{g} + \vec{N} = \vec{0}$, і кола знаходзіцца ў стане спакою. Ці застанецца рулявое кола ў стане спакою, калі да яго прыкладзі яшчэ дзве сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (мал. 172, б), модулі якіх роўныя, напрамкі процілеглыя, а пункты прыкладання не супадаюць (такія сілы ў механіцы называюць *парай сіл*)?

Нягледзечы на тое, што ўмова (1) па-ранейшаму выконваецца: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$, руль не застанецца ў стане спакою. З-за дзеяння сіл $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ ён будзе паварочвацца вакол сваёй восі. Значыць, выканання ўмовы (1) для раўнавагі цел **недастаткова**. Якая яшчэ ўмова павінна выконвацца, каб не ўзнікала *вярчэння цела*?



Мал. 171

Для адказу на пытанне правядзём доследы з дыскам (мал. 173, а), што мае гарызантальную вось вярчэння, якая праходзіць праз яго цэнтр — пункт O . З дапамогай штыроў, устаўленых у адтуліны, і нітак будзем прыкладаць да дыска сілы, якія маюць розныя напрамкі, пункты прыкладання і модулі (мал. 173, б, в).

Сіла цяжару дыска $\vec{F}_c$ і сіла рэакцыі $\vec{N}$ восі прыкладзены да дыска ў яго цэнтры (мал. 173, а). Яны не выклікаюць вярчэння дыска, і на малюнках 173, б, в мы іх паказваем не будзем. Паварот дыска могуць выклікаць толькі тыя сілы, што дзейнічаюць ўздоўж лініі, якая не праходзіць праз вось вярчэння (мал. 173, б, в).

Адлегласць ад восі вярчэння да лініі дзеяння сілы называюць **плячом сілы**.

На малюнку 173, б адлегласць l_1 — гэта плячо сілы $\vec{F}_1$, l_2 — сілы $\vec{F}_2$.

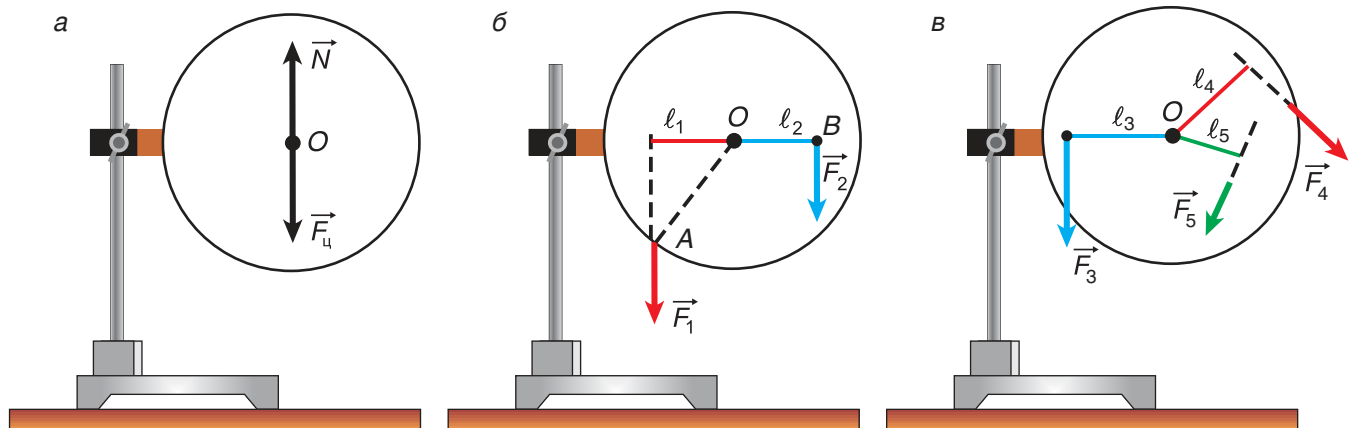
На малюнку 173, б сіла $\vec{F}_1$ імкнецца павярнуць дыск супраць ходу гадзіннікавай стрэлкі, а сіла $\vec{F}_2$ — па ходу гадзіннікавай стрэлкі. Куды ў выніку павернецца дыск?

Доследы паказваюць: калі $F_1 \cdot l_1 > F_2 \cdot l_2$, то дыск павернецца супраць ходу гадзіннікавай стрэлкі, калі $F_1 \cdot l_1 < F_2 \cdot l_2$ — па ходу гадзіннікавай стрэлкі. А пры выкананні ўмовы

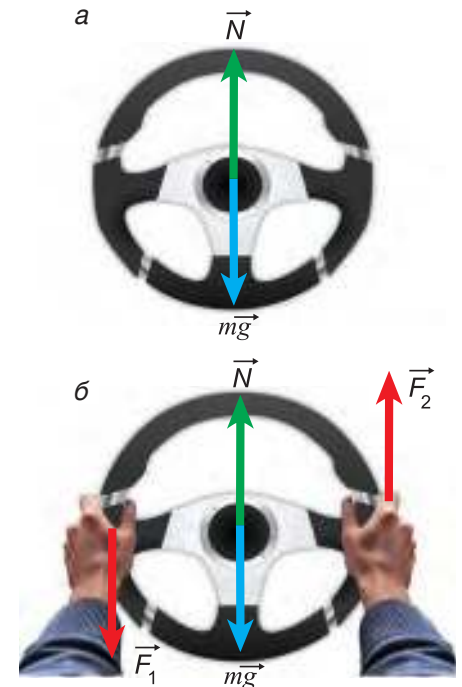
$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \quad (2)$$

дыск будзе знаходзіцца ў стане раўнавагі.

Здабытак модуля сілы на яе плячо называюць **момантам сілы** (вярчальным момантам).



Мал. 173



Мал. 172

Момант сілы можа быць дадатным або адмоўным. Усё залежыць ад таго, у які бок сіла імкнецца павярнуць цела вакол дадзенай восі. **Калі супраць ходу гадзіннікавай стрэлкі, то $M = +F \cdot l$, калі па ходу, то $M = -F \cdot l$:**

$$M = \pm F \cdot l. \quad (3)$$

Адзінка моманту сілы ў СІ — **ньютан-метр (Н · м)**. *Адзін ньютан-метр роўны вярчальнаму моманту, ствараемому сілай 1 ньютан, якая мае плячо 1 метр.*

Умова раўнавагі (2), выражаная праз моманты сіл з улікам іх знакаў, прыме выгляд $M_1 = -M_2$, або

$$M_1 + M_2 = 0. \quad (4)$$

А калі да цела прыкладзена больш за дзве сілы (мал. 173, в)? Тады, як сведчыць дослед, для раўнавагі неабходна роўнасць нулю алгебраічнай сумы момантаў усіх сіл, што дзейнічаюць на цела:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0. \quad (5)$$

Гэта і ёсць *другая ўмова раўнавагі*.

Момант сілы вельмі важны для практыкі! Напрыклад, калі пры закручванні балта ці гайкі мы прыкладзем занадта вялікі вярчальны момант, то разьба будзе сарвана. Для адказных прац выкарыстоўваюць гаечныя ключы з датчыкам вярчальнага моманту (мал. 174).



Мал. 174

■ Галоўныя вывады

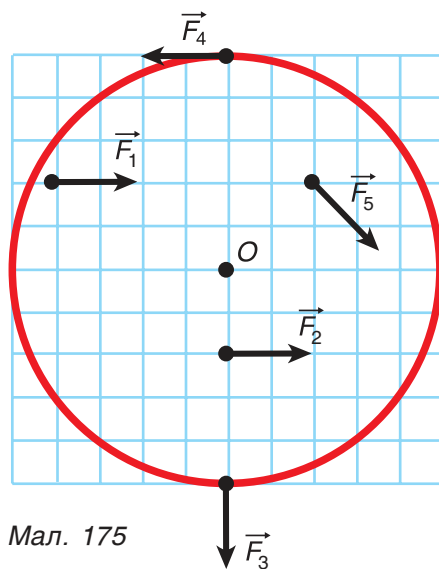
1. Плячо сілы — гэта адлегласць ад восі вярчэння да лініі дзеяння сілы.
2. Момант сілы роўны здабытку модуля сілы і яе пляча, узятаму са знакам «плюс» або «мінус».
3. Цела, якое мае нерухомую вось вярчэння, будзе знаходзіцца ў раўнавазе, калі алгебраічная сума момантаў сіл, прыкладзеных да яго, роўна нулю.

? Кантрольныя пытанні

1. Што называюць плячом сілы?
2. Ці можна назваць плячом сілы $\vec{F}_1$ адлегласць OA (гл. мал. 173, б)? Чаму?
3. Ад чаго залежыць момант сілы?
4. Калі момант сілы лічаць дадатным? Адмоўным?
5. У якіх адзінках вымяраецца момант сілы ў СІ?
6. Пры якой умове цела, якое мае нерухомую вось вярчэння, будзе знаходзіцца ў раўнавазе?

Практыкаванне 20

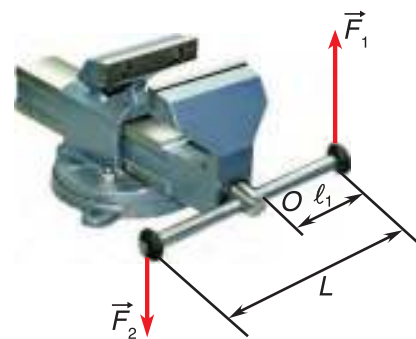
1. Дыск можа вярцецца адносна восі, якая праходзіць перпендыкулярна плоскасці дыска праз яго цэнтр O (мал. 175). Да дыска па чарзе прыкладаюць сілы $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ і $\vec{F}_5$, якія ляжаць у плоскасці дыска. Модулі ўсіх гэтых сіл роўныя. Вызначыце адносна пункта O : а) плячо якой сілы самае вялікае; б) плячо якой сілы роўна нулю; в) моманты якіх сіл дадатныя; г) моманты якіх сіл адмоўныя; д) якія сілы ствараюць аднолькавыя па абсалютнай велічыні моманты.



Мал. 175

2. Ці будзе знаходзіцца ў раўнавазе дыск (мал. 175), калі да яго будуць прыкладзены адначасова ўсе паказаныя на малюнку сілы?

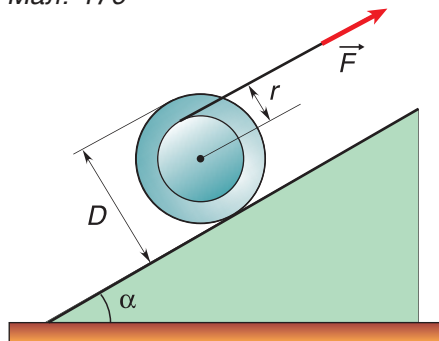
3. Пры рабоце са слясарнымі ціскамі да канцоў гарызантальнага стрыжня прыкладлі сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$, накіраваныя вертыкальна (мал. 176). Модуль сілы $F_1 = 15$ Н, $F_2 = 10$ Н. Вызначыце моманты гэтых сіл адносна гарызантальнай восі, якая праходзіць праз пункт O перпендыкулярна стрыжню, калі даўжыня стрыжня $L = 45$ см, а плячо $l_1 = 18$ см.



Мал. 176

4. Знайдзіце вярчальны момант пары сіл $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ адносна восі рулявога кола (гл. мал. 172, б, с. 119), калі іх модулі $F_1 = F_2 = 75$ Н, а радыус руля $R = 20$ см.

5. Да цела прыкладзены дзве сілы. Модулі сіл роўныя. Адлегласці ад восі вярчэння да пунктаў прыкладання гэтых сіл аднолькавыя. Ці вынікае з этага, што моманты дадзеных сіл адносна гэтай восі роўныя? Чаму?



Мал. 177



6. На шпулю масай $m = 90$ г намотана нітка (мал. 177). Дыяметр шпулі $D = 6,0$ см, радыус намоткі ніткі $r = 2,0$ см. Вызначыце сілу нацяжэння F ніткі, якая ўтрымлівае шпулю ў стане спакою на нахіленай плоскасці. Вугал нахілу плоскасці да гарызонту $\alpha = 30^\circ$, $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

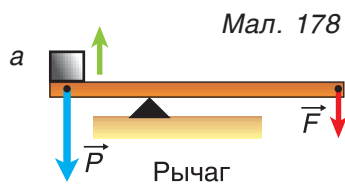


§ 26.

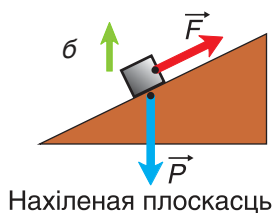
Простыя механізмы. Рычагі. Блокі



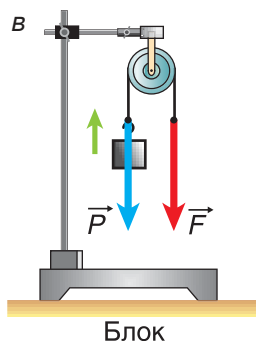
Наведайце цэх сучаснага завода і паназірайце, як працуюць машыны. Яны, як разумныя істоты, прэсуюць, гнуць, рэжуць металічныя лісты, лічаць, сартуюць, узважваюць, перамяшчаюць і пакуюць вырабы. Гэтыя велізарныя і маленькія машыны-аўтаматы, машыны-робаты дзейнічаюць хутчэй і дакладней за чалавека.



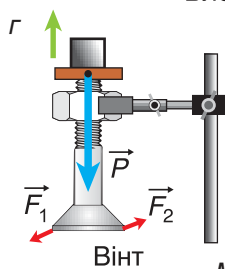
Мал. 178



Нахіленая плоскасць



Блок



Вінт

Мал. 179



Мал. 180

Аднак нават у такіх складаных устройстваў, як робаты (мал. 178), механічная частка з'яўляецца камбінацыяй **простых механізмаў: рычагоў, нахіленых плоскасцей, блокаў, вінтоў** (мал. 179).

Элементы простых механізмаў мы знойдзем у калаўрота (гл. мал. 171, в, с. 118), гаечнага ключа (гл. мал. 174, с. 120), сякеры (мал. 180) і г. д.

Для чаго патрэбны простыя механізмы? На малюнках 179, а — в паказана, як, прыклаўшы сілу $\vec{F}$ або сілы $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (мал. 179, г) да механізма, можна падняць груз вагой $\vec{P}$. Дадзеныя сілы, аднак, не прыкладзены непасрэдна да грузу (акрамя выпадку б) і не накіраваны ўверх. Значыць, просты механізм дае магчымасць змяніць *пункт прыкладання сілы і яе напрамак*. Акрамя таго, ён дазваляе падняць груз сілай, значна меншай, чым вага гэтага грузу (выпадкі а, б, г), г. зн. дае *выйгрыш ў сіле*.

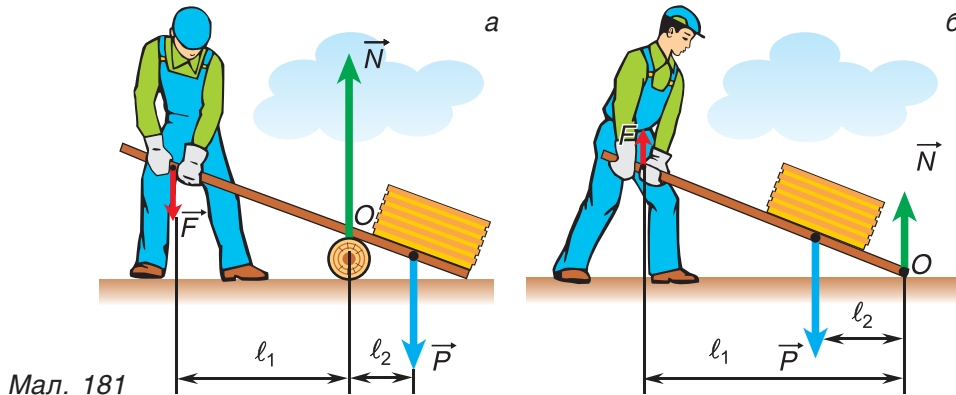
Што такое *выйгрыш ў сіле*? Ад чаго ён залежыць? Разгледзім гэта на прыкладзе рычага (мал. 181).

Рычагом можа служыць цвёрдае цела, здольнае вярцецца вакол зададзенай восі (або пункта апоры).

Адрозніваюць рычагі *першага і другога роду*. У рычага першага роду (мал. 181, а) вага падымаемага грузу $\vec{P}$ і прыкладзеная сіла $\vec{F}$ знаходзяцца з розных бакоў ад пункта апоры O , а ў рычага другога роду — з аднаго боку ад яго (мал. 181, б).

У абодвух выпадках вага P грузу большая, чым прыкладзеная сіла F . Значыць, рычаг дае *выйгрыш ў сіле*.

Знойдзем выйгрыш у сіле для рычага першага роду (мал. 181, а). Абазначым плечы сіл $\vec{F}$ і $\vec{P}$ адносна



Мал. 181

пункта апоры O праз l_1 і l_2 . Плячо сілы рэакцыі апоры $\vec{N}$ роўна нулю. Як мы ведаем, пры раўнавазе адзін момант сіл кампенсуе другі: $F \cdot l_1 = P \cdot l_2$. У выніку

$$\frac{P}{F} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Такім чынам, **выйгрыш у сіле для рычага роўны адносіне пляча прыкладаемай сілы да пляча вагі падымаемага грузу**. Дакажыце самастойна, што формула $\frac{P}{F} = \frac{l_1}{l_2}$ справядлівая і для рычага другога роду.

Разгледзім **блікі** (мал. 182). Іх шырока выкарыстоўваюць на будаўніцтве, у портах, на сховішчах і г. д.

Блок уяўляе сабой кола з жолабам, праз які праходзіць трос (канат, вярэўка, нітка і г. д.). Калі вась блок замарцавана (мал. 183, а), то блок называюць **нерухомым**, калі не, то — **рухомым** (мал. 185, а).

Ці дае блок выйгрыш ў сіле? Правядзём дослед з нерухомым блокам (мал. 183, а). Да аднаго канца ніткі, перакінутай цераз блок, прымацуем груз, а да другога — дынамометр. У стане спакою або пры раўнамерным пад'ёме грузу паказанні дынамометра F практычна роўны вазе грузу P . Чаму нерухомы блок не дае выйгрышу ў сіле?

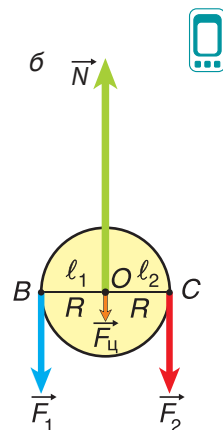
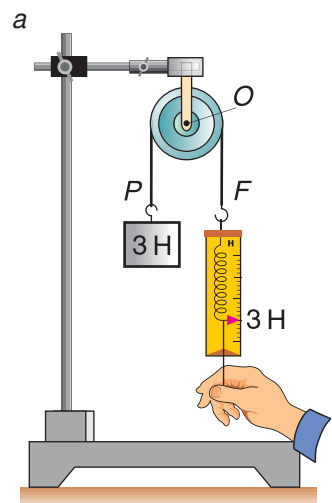
На малюнку 183, б паказаны сілы, якія дзейнічаюць на блок: сіла цяжару блока $\vec{F}_\text{ц}$, сіла рэакцыі вась $\vec{N}$ і сілы пругкасці нітак $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$. Будзем разглядаць блок як рычаг першага роду. Адносна вась блока O плечы сіл $\vec{F}_\text{ц}$ і $\vec{N}$ роўны нулю, а плечы сіл $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ — радыусу блока: $l_1 = l_2 = R$.

Па правіле момантаў: $F_1 R = F_2 R$, адкуль $F_1 = F_2$. Улічваючы, што $F_1 = P$, а $F_2 = F$, атрымаем $P = F$.

Нерухомы блок не дае выйгрышу ў сіле, а толькі змяняе яе напрамак.



Мал. 182



Мал. 183

Галоўныя вывады

1. Простыя механізмы даюць магчымасць змяніць пункт прыкладання сілы, яе модуль і напрамак.
2. Рычаг дае выйгрыш ў сіле ў столькі разоў, у колькі разоў плячо прыкладаемай сілы большае за плячо вагі падымаемага грузу.
3. Нерухомы блок не дае выйгрышу ў сіле, а толькі змяняе яе напрамак.
4. Рухомы блок дае выйгрыш у сіле ў 2 разы (калі не ўлічваць вагу блока і трэнне).

Кантрольныя пытанні

1. Для чаго прызначаны простыя механізмы?
2. Як разумець выраз «выйгрыш у сіле»?
3. Чым адрозніваюцца адзін ад аднаго рычагі першага і другога роду?
4. Чаму нерухомы блок не дае выйгрышу ў сіле?
5. У чым заключаецца падабенства рычагоў і блокаў?
6. Які выйгрыш у сіле дае рухомы блок?

Дамашняе заданне

Падзяліце пакет цукру масай $m_0 = 900$ г на дзве порцыі масамі $m_1 = 600$ г і $m_2 = 300$ г, выкарыстоўваючы аднародную планку, мерную стужку, ніткі і поліэтыленавы пакет.



Прыклады рашэння задач

1. На адным канцы лінейкі даўжынёй $l = 1,0$ м падвешаны груз масай $m_1 = 450$ г (мал. 187). Пасярэдзіне лінейкі ўнізе знаходзіцца апора, адносна якой лінейка можа свабодна паварочвацца ў вертыкальнай плоскасці. На якой адлегласці ад пункта апоры лінейкі падвешаны груз масай $m_2 = 750$ г, калі лінейка размешчана гарызантальна і знаходзіцца ў раўнавазе?



Мал. 187

Дадзена:

$m_1 = 450 \text{ г}$

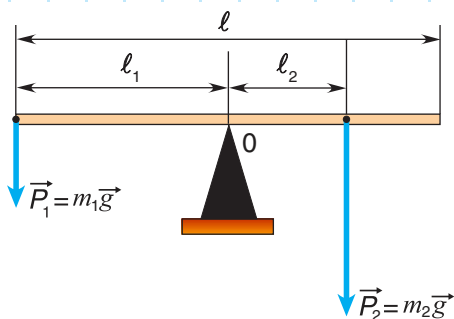
$m_2 = 750 \text{ г}$

$l = 100 \text{ см}$

$l_2 = ?$

Рашэнне

Сярод сіл, якія дзейнічаюць на лінейку, на малюнку 188 пакажам толькі тыя сілы, моманты якіх адносна пункта O не роўны нулю.



Мал. 188

Па ўмове раўнавагі

$$P_1 l_1 = P_2 l_2, \text{ або } m_1 g l_1 = m_2 g l_2.$$

Адкуль

$$l_2 = \frac{m_1 l_1}{m_2};$$

$$l_2 = \frac{450 \text{ г} \cdot 50 \text{ см}}{750 \text{ г}} = 30 \text{ см}.$$

Адказ: $l_2 = 30 \text{ см}$.

2. Якую мінімальную сілу трэба прыкласці да канца вяроўкі для пад'ёму мяшка цэменту масай $m = 50 \text{ кг}$ на другі паверх дома, які будуюцца, з дапамогай рухомага блока?

Дадзена:

$m = 50 \text{ кг}$

$F_{\min} = ?$

Рашэнне

Паколькі блок рухомы, то:

$$F_{\min} = \frac{P}{2}; \quad P = mg; \quad g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Тады:

$$F_{\min} = \frac{mg}{2} = \frac{50 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2} = 250 \text{ Н} = 0,25 \text{ кН}.$$

Адказ: $F_{\min} = 0,25 \text{ кН}$.

Практыкаванне 21

1. Чаму ражковыя ключы (мал. 189), разлічаныя на гайкі вялікага памеру, робяць больш доўгімі?

2. Чым даўжэйшая страла пад'ёмнага крана, тым цяжэйшую процівагу падвешваюць да крана (пры адной і такой жа адлегласці ад процівагі да вертыкальнай восі крана). Чаму?

3. Чаму дзвярныя ручкі мацуюць блізка да краю дзвярэй?

4. Які рычаг (мал. 190, а, б) дае большы выйгрыш у сіле? У колькі разоў?

5. Аднародная лінейка даўжынёй $l = 100$ см вісіць на нітцы. Да лінейкі падвешаны два грузы масамі $m_1 = 0,40$ кг, $m_2 = 0,20$ кг і прымацаваны дынамометр (мал. 191). Вызначыце паказанні дынамометра, калі лінейка знаходзіцца ў раўнавазе. Як змяняцца паказанні дынамометра, калі грузы памяняць месцамі?

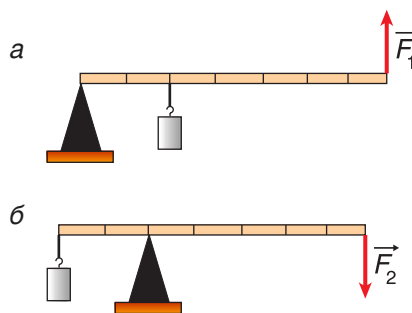
6. Вызначыце масу m мяшка з цэментарам, які можна падняць з дапамогай рухомага блока вагой $P = 20$ Н, калі да свабоднага канца вяроўкі прыкладзена сіла $F = 220$ Н. Трэне ў блоку не ўлічваць.

7. З дапамогай інтэрактыўнай мадэлі «Раўнавага рычага на восі» навучыцеся выкарыстоўваць правіла момантаў.

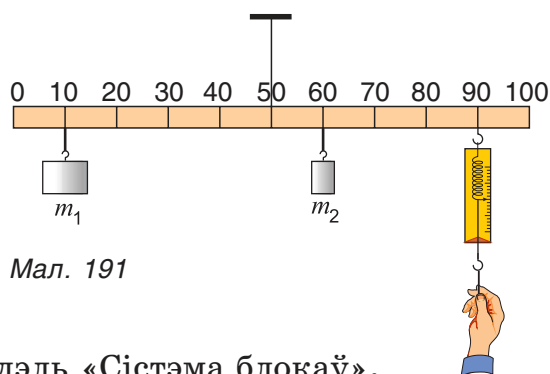
8. Выкарыстаўшы інтэрактыўную мадэль «Сістэма блокаў», вызначыце выйгрыш у сіле для сістэмы блокаў, якая складаецца з аднаго, двух, трох або чатырох блокаў.



Мал. 189



Мал. 190



Мал. 191





§ 27.

Нахіленая плоскасць. «Залатое правіла механікі». Каэфіцыент карыснага дзеяння механізма

На прыкладзе рычагоў і блокаў мы даведаліся, што з дапамогай простых механізмаў можна атрымаць **выйгрыш у сіле**. А ці можна атрымаць **выйгрыш у рабоце**?

Перш чым адказаць на гэта пытанне, пазнаёмімся з яшчэ адным простым механізмам — *нахіленай плоскасцю*. Яна служыць асновай такіх канструкцый, як пандусы, эскалатары, канвееры і г. д. (мал. 192).

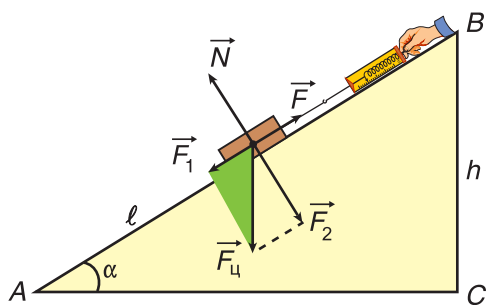
Ці дае выкарыстанне нахіленай плоскасці выйгрыш у сіле? Разгледзім прыклад. Грузчык перамяшчае цяжкі кантэйнер па нахіленай плоскасці (мал. 192, г). Сіла, якую ён пры гэтым прыкладае, значна меншая, чым вага кантэйнера.



Мал. 192

Як разлічыць выйгрыш у сіле, які дае нахіленая плоскасць?

Правядзём просты дослед. Змесцім брусок масай m на нахіленую плоскасць даўжынёй $l = AB$ і вышынёй $h = BC$ (мал. 193). Прыклаўшы да яго з дапамогай дынамометра сілу $\vec{F}$, паралельную нахіленай плоскасці, будзем раўнамерна перамяшчаць брусок уздоўж яе. Паказанні дынамометра F будуць меншымі за сілу цяжару бруска $F_{\text{ц}} = mg$.



Мал. 193

Адносіна $\frac{F_{\text{ц}}}{F}$ вызначае выйгрыш у сіле. Ад чаго ён залежыць?

Разгледзім усе сілы, якія дзейнічаюць на брусок. Акрамя сілы $\vec{F}$ і сілы цяжару $\vec{F}_{\text{ц}}$, на брусок дзейнічае сіла рэакцыі нахіленай плоскасці $\vec{N}$. Пры адсутнасці трэння яна перпендыкулярна нахіленай плоскасці. Сілу $\vec{F}_{\text{ц}}$ раскладзём на два складальнікі: $\vec{F}_{\text{ц}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

З падобнасці трохвугольніка сіл (вылучанага колерам) і $\triangle ABC$ вынікае:

$$\frac{F_{\text{ц}}}{F_1} = \frac{AB}{BC} = \frac{l}{h}. \quad (1)$$

Паколькі пры раўнамерным пад'ёме $F_1 = F$, то:

$$\frac{F_{\text{ц}}}{F} = \frac{l}{h}. \quad (2)$$

Выйгрыш у сіле, які атрымліваецца з дапамогай нахіленай плоскасці, роўны адносіне яе даўжыні да яе вышыні (пры адсутнасці трэння).

Чым меншы вугал нахілу α плоскасці да гарызонту, тым большая адносіна $\frac{l}{h}$, а значыць, тым большы выйгрыш у сіле. Гэта пацвярджаецца нашымі паўсядзённымі назіраннямі. Цягнуць санкі, каціць багажную каляску ўверх па пакатым схіле значна лягчэй, чым па крутым.

Пры вывадзе формулы (2) мы не ўлічвалі трэнне. На самай справе трэнне ёсць. З-за яго пры пад'ёме бруска прыходзіцца прыкладаць большую сілу, і выйгрыш у сіле будзе меншы.

На практыцы для памяншэння трэння выконваюць змазку дэталей, замяняюць слізганне качэннем, ужываюць «паветраную падушку» (мал. 194).



Мал. 194

▼ Для дапытлівых

Ідэя нахіленай плоскасці закладзена і ў такіх механізмах, як *клін* і *вінт*. Разнавіднасцю кліна з'яўляецца *сякера*, якая дае вялікі выйгрыш у сіле. Вінтавымі дамкратамі (мал. 195, а) карыстаюцца для пад'ёму аўтамабіляў і іншых масіўных аб'ектаў.



Мал. 195

Вінты, балты, шрубы (мал. 195, б) выкарыстоўваюць для злучэння дэталей. Пры гэтым трэнне прыносіць як шкоду, так і карысць. Яно абцяжарвае закручванне, але прадукілае самавольнае пасабленне разбавых злучэнняў.

Мы высветлілі, што большасць простых механізмаў дае выйгрыш у сіле. А ці даюць яны *выйгрыш у рабоце*?

З фізічнай велічынёй, якая называецца «*работа*», і з яе адзінкай у СІ джоўлем вы пазнаёміліся ў 7-м класе.

▼ Для дапытлівых

Сярод усіх фізічных велічынь работа займае асобае месца. Не выканаўшы работу, нельга прывесці ў рух цягнік, аўтамабіль, карабель, самалёт, ракету і г. д. Нельга перавезці груз, падняцца на патрэбны паверх (ні пешшу, ні на ліфце). Немагчыма пабудаваць дом і любы іншы будынак.

Вытворчая дзейнасць немагчыма без выканання работы.

Значнасць работы яшчэ больш шырокая. *Бесперапынна выконваць работу неабходна для падтрымання жыцця.* Наша сэрца пры кожным удары выконвае работу, прыкладна роўную аднаму джоўлю.

Разгледзім работу розных простых механізмаў. Сілу трэння пакуль улічваць не будзем.

Нахіленая плоскасць. Для яе карысная работа — гэта работа па пад'ёме грузу на вышыню h : $A_{\text{кар}} = F_{\text{ц}} h$. *Выкананая работа прыкладаемай сілы $\vec{F}$ па перамяшчэнні грузу па нахіленай плоскасці на шляху l роўна: $A_{\text{вык}} = F \cdot l$.* З роўнасці (2) $\frac{F_{\text{ц}}}{F} = \frac{l}{h}$ атрымаем: $F_{\text{ц}} h = F \cdot l$, г. зн.

$$A_{\text{кар}} = A_{\text{вык}}.$$

Нахіленая плоскасць не дае выйгрышу ў рабоце.

Нерухомы блок. Для яго роўныя і модулі сіл, і пройдзеныя шляхі (гл. мал. 183, с. 123), а значыць, і адпаведныя работы. *Нерухомы блок выйгрышу ў рабоце не дае.*

Рухомы блок. Ён дае выйгрыш у сіле, блізкі да двух, але і двухразовы прайгрыш у шляху (гл. мал. 185, с. 124). *Рухомы блок таксама не дае выйгрышу ў рабоце.*

Рычаг. *Выйгрышу ў рабоце не дае і рычаг (як першага, так і другога роду).* Дакажыце гэта самастойна.

Усе доследы пацвярджаюць: **калі з дапамогай простага механізма выйграюць у сіле, то сама меней у столькі ж разоў прайграюць у шляху.** Улічваючы, што нават самы складаны механізм зводзіцца да спалучэння простых механізмаў, можна зрабіць выснову: **ніводзін механізм не дае выйгрышу ў рабоце.** Гэта сцверджанне атрымала назву «**залатое правіла механікі**».

Такім чынам, выйграць у рабоце нельга. А вось прайграць можна. Прычына гэтага — сіла трэння. Акрамя таго, існуюць і іншыя страты, напрыклад работа па пад'ёме самога механізма ў працэсе яго выкарыстання. З-за гэтага выкананая работа $A_{\text{вык}}$ заўсёды большая, чым карысная работа $A_{\text{кар}}$:

$$A_{\text{вык}} > A_{\text{кар}}.$$

Адносіна $\frac{A_{\text{кар}}}{A_{\text{вык}}}$ называецца **каэфіцыентам карыснага дзеяння (ККДз)**. ККДз, выражаны ў працэнтах, роўны:

$$\eta = \frac{A_{\text{кар}}}{A_{\text{вык}}} \cdot 100 \, \%.$$

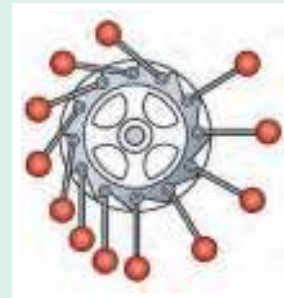
Паколькі выкананая работа заўсёды большая за карысную, ККДз механізма заўсёды меншы за адзінку (г. зн. меншы за 100 %). Каб павялічыць ККДз, неабходна памяншаць «бескарысную» работу. Перш за ўсё — работу па пераадоленні сіл трэння.

Машина, якая мела б $\eta = 100 \, \%$ (ці больш за 100 %), называецца «вечным рухавіком». Увесь вопыт навукі і тэхнікі гаворыць пра тое, што вечны рухавік немагчымы. Заўважым, аднак, што спробы яго вынайсці не спыняюцца дагэтуль.

▼ Для дапытлівых

Ідэя стварэння вечнага рухавіка ўзнікла ў далёкім мінулым. Для яго стварэння прыкладалі намаганні вынаходнікі на працягу некалькіх стагоддзяў.

На малюнку 196 паказаны адзін з праектаў вечнага рухавіка. Разбярэцця самастойна або з дапамогай настаўніка: чаму аўтар устройства лічыў, што яно будзе самаадвольна вечна вярцецца? Чаго не ўлічыў аўтар?



Мал. 196

■ Галоўныя вывады

1. Нахіленая плоскасць дае выйгрыш у сіле ў столькі разоў, у колькі разоў яе даўжыня большая за вышыню.
2. Ніводзін механізм не дае выйгрышу ў рабоце: у колькі разоў выйграюць у сіле, у столькі разоў прайграюць у шляху.
3. З-за сілы трэння і іншых страт каэфіцыент карыснага дзеяння любога механізма меншы за 100 %.



Кантрольныя пытанні

1. Які выйгрыш у сіле дае нахіленая плоскасць?
2. Якая работа пры выкарыстанні простага механізма называецца карыснай? Выкананай?
3. Чаму выкананая работа заўсёды большая за карысную?
4. Што называецца каэфіцыентам карыснага дзеяння механізма? Ці можа ККДз быць роўным або большым за 100 %?
5. Што з'яўляецца прычынай, якая не дазваляе атрымаць ККДз, роўны 100 %, пры выкарыстанні блока? Нахіленай плоскасці?
6. Як павысіць каэфіцыент карыснага дзеяння механізма?



Дамашняе заданне

Ацаніце ККДз пандуса, які выкарыстоўваецца ў вашым доме або на іншым аб'екце для перамяшчэння груза: а) волакам; б) у багажнай калясцы.



Прыклад рашэння задачы

З дапамогай рухомага блока вядро пяску масай $m = 20$ кг паднімаюць на вышыню $h = 4,0$ м, прыкладаючы да каната сілу $F = 110$ Н. Вызначыце выкананую пры гэтым пад'ёме работу і ККДз блока. Модуль паскарэння свабоднага падзення $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$m = 20 \text{ кг}$$

$$h = 4,0 \text{ м}$$

$$F = 110 \text{ Н}$$

$$A_{\text{вык}} — ?$$

$$\eta — ?$$

Рашэнне

Пры выкарыстанні рухомага блока атрымліваецца пройгрыш у шляху ў 2 разы, г. зн. $s = 2h$. Выкананая работа:

$$A_{\text{вык}} = F \cdot s = 2Fh.$$

$$A_{\text{вык}} = 2 \cdot 110 \text{ Н} \cdot 4,0 \text{ м} = 880 \text{ Дж} = 0,88 \text{ кДж}.$$

Карысная работа па пад'ёме вядра з пяском:

$$A_{\text{кар}} = mgh.$$

ККДз блока:

$$\eta = \frac{A_{\text{кар}}}{A_{\text{вык}}} \cdot 100 \% = \frac{mgh}{2Fh} \cdot 100 \% = \frac{mg}{2F} \cdot 100 \%.$$

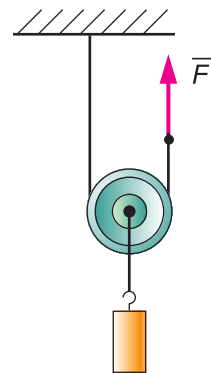
$$\eta = \frac{20 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 110 \text{ Н}} \cdot 100 \% = \frac{200 \text{ Н}}{220 \text{ Н}} \cdot 100 \% = 91 \%.$$

$$\text{Адказ: } A_{\text{вык}} = 0,88 \text{ кДж}; \eta = 91 \%.$$

Практыкаванне 22

1. Патэнцыяльная энергія гіры (мал. 197) пры пад'ёме павялічылася на $\Delta E_{\text{п}} = 10$ Дж. Ці можа работа, выкананая сілай $\vec{F}$, быць роўнай: а) $A = 10$ Дж; б) $A < 10$ Дж; в) $A > 10$ Дж? Адказы патлумачце.

2. Для раўнамернага пад'ёму вядра з пяском масай $m = 10$ кг на вышыню $h = 5,0$ м з дапамогай нерухомага блока спатрэбілася сіла, модуль якой $F = 110$ Н. Вызначыце карысную і выкананую работу. Знайдзіце ККДз устаноўкі. Ці ўсе даныя патрэбны для вызначэння ККДз? Модуль паскарэння свабоднага падзення g у дадзенай і наступных задачах прыміце роўным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Мал. 197

3. Вызначыце карысную і выкананую работу пры пад'ёме грузу (мал. 197) масай $m = 2,0$ кг на вышыню $h = 0,40$ м, калі прыкладзеная сіла мае модуль $F = 12,5$ Н. Вызначыце ККДз устаноўкі.

4. Пры выкарыстанні рычага з даўжынёй плячэй $l_1 = 160$ см і $l_2 = 20$ см камень масай $m = 100$ кг быў падняты на вышыню $h = 5,0$ см з дапамогай сілы, модуль якой $F = 150$ Н. Чаму роўны карысная і выкананая работа, а таксама ККДз дадзенага рычага?

5. Пліта масай $m = 120$ кг была раўнамерна паднята з дапамогай пад'ёмнага механізма на вышыню $h = 16$ м за прамежак часу $t = 30$ с. Лічачы ККДз $\eta = 80\%$, вызначыце выкананую работу і развіваемую магутнасць.

6. Вызначыце карысную работу па пад'ёме паддона цэглы кра- нам з магутнасцю рухавіка $P = 4,0$ кВт за час $t = 10$ с. ККДз крана $\eta = 75\%$.

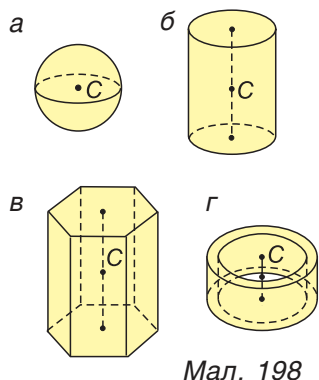
7. Пры пад'ёме з пастаяннай скорасцю $v = 0,40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ вядра цэменту масай $m = 40$ кг з дапамогай рухомага блока на вышыню $h = 12$ м модуль прыкладаемай сілы быў роўны $F = 250$ Н. Вызначыце ККДз і развіваемую магутнасць. Як змянілася б магутнасць, калі б пры пад'ёме скорасць руху вядра павялічылася?

8. Для пад'ёму сейфа масай $m = 220$ кг у кузаў грузавога аўта- мабіля на вышыню $h = 1,5$ м выкарыстоўваюць дошку даўжынёй $l = 3,0$ м. Сейф перамяшчаюць раўнамерна, прыкладаючы паралельна плоскасці дошкі сілу, модуль якой $F = 1,5$ кН. Зрабіце схематычны малюнак да ўмовы задачы. Вызначыце ККДз гэтага простага механізма.



§ 28.

Цэнтр цяжару. Віды раўнавагі



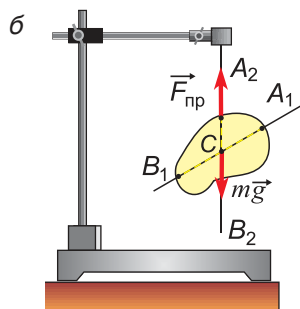
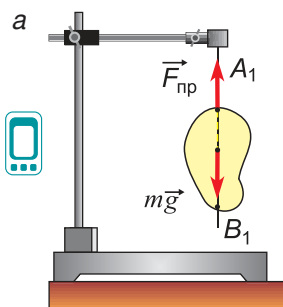
Мал. 198

Чытаем зводку наступнага здарэння: «З-за зрушвання цэнтра цяжару карабель страціў устойлівасць». А што такое «цэнтр цяжару»? Што такое «ўстойлівасць»?

Цэнтрам цяжару цела называецца пункт прыкладання сілы цяжару, якая дзейнічае на яго.

У аднародных цел правільнай формы цэнтр цяжару знаходзіцца ў геаметрычным цэнтры цела (мал. 198, а, б, в, г). Пры гэтым цэнтр цяжару можа не супадаць ні з адным з пунктаў гэтага цела (мал. 198, г).

А як знайсці цэнтр цяжару цела адвольнай формы? Гэта можна зрабіць з дапамогай простага доследу. Падвесім пласціну на нітцы, прымацаванай да яе ў некаторым пункце A_1 (мал. 199, а). Цэнтр цяжару пласціны будзе знаходзіцца на адной лініі з ніткай — на вертыкальнай прамой A_1B_1 . Адзначым на пласціне гэту прамую.

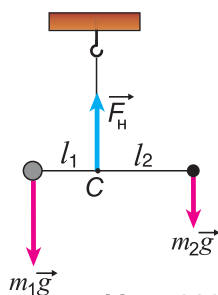


Мал. 199

Зменім пункт падвесу (мал. 199, б) і адзначым вертыкаль A_2B_2 . Пункт C , які ляжыць на перасячэнні прамых A_1B_1 і A_2B_2 , — цэнтр цяжару пласціны.

Цэнтр цяжару цела можна вызначыць шляхам разлікаў.

Напрыклад, для цела, якое складаецца з двух грузаў, злучаных лёгкім стрыжнем (мал. 200), з дапамогай правіла момантаў лёгка знайсці адносіну адлегласцей ад цэнтра цяжару C да грузаў: $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$.



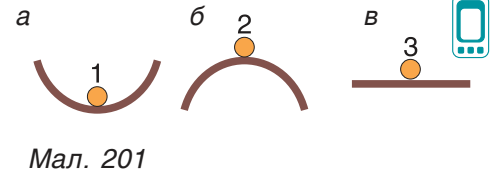
Мал. 200

Значыць, цэнтр цяжару размешчаны *бліжэй да больш масіўнага груза*.

Становішча цэнтра цяжару вельмі важнае для ўстойлівасці высотных збудаванняў, пад'ёмных кранаў, аўтамабіляў, караблёў і г. д. Зрушэнне цэнтра цяжару судна з-за няправільнай загрузкі можа прывесці да яго перакульвання.

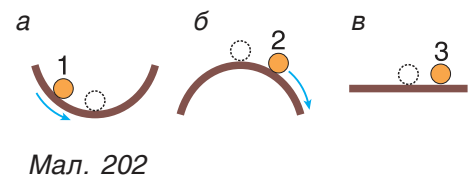
А што такое ўстойлівасць? Ад чаго яна залежыць?

Правядзём дослед. Змесцім шарык 1 у лунку (мал. 201, а), шарык 2 — на вяршыню горкі (мал. 201, б), а шарык 3 — на гарызантальную паверхню (мал. 201, в). Кожны з шарыкаў *знаходзіцца ў стане раўнавагі (у стане спакою)*.



Мал. 201

Адхілім шарыкі ад становішчаў раўнавагі і адпусцім. Шарык 1 вернецца ў зыходны пункт (мал. 202, а), шарык 2 адхіліцца ад зыходнага становішча яшчэ больш (мал. 202, б). Шарык 3 застанецца ў раўнавазе (мал. 202, в).

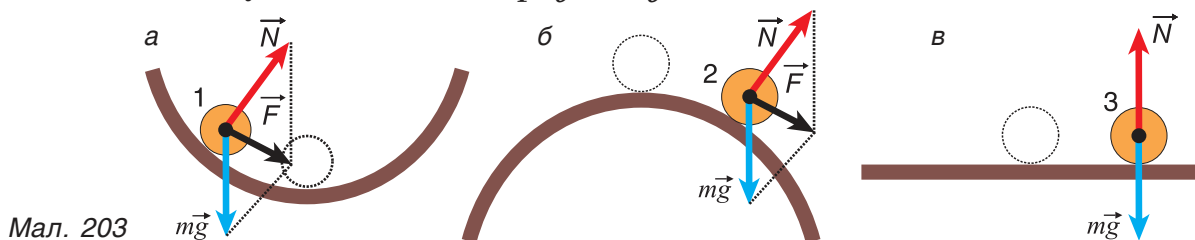


Мал. 202

Кожны выпадак адпавядае аднаму з трох відаў раўнавагі: а — *устойлівай*, б — *няўстойлівай*, в — *абыхавай*.

Раўнавага называецца *ўстойлівай*, калі пры малым адхіленні ад становішча раўнавагі цела *вяртаецца ў зыходнае становішча*, *няўстойлівай* — калі цела *аддаляецца ад становішча раўнавагі яшчэ больш*, *абыхавай* — калі цела *застаецца ў раўнавазе*.

Чаму ў нашым доследзе шарыкі паводзілі сябе па-рознаму? Усё залежала ад выніковай сілы $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{N}$ (мал. 203), якая дзейнічала на шарык пры яго адхіленні ад становішча раўнавагі. У выпадку а сіла $\vec{F}$ была накіравана да становішча раўнавагі, у выпадку б — ад яго. У выпадку в сіла $\vec{F}$ была роўна нулю.



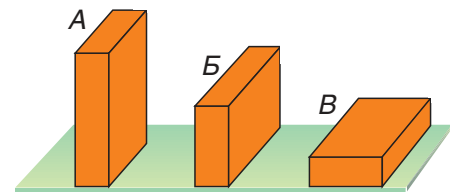
Мал. 203

А як пры гэтым змянялася патэнцыяльная энергія цела?

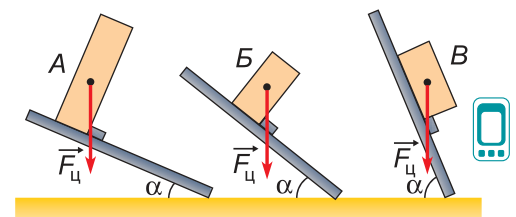
З малюнка 203 зразумела, што патэнцыяльная энергія цела пры яго адхіленні ад становішча ўстойлівай раўнавагі павялічвалася, ад няўстойлівай — памяншалася, ад абыхавай — не змянялася. Значыць, становішчу ўстойлівай раўнавагі адпавядае мінімум патэнцыяльнай энергіі.

Правядзём яшчэ адзін дослед. Размесцім на гарызантальнай дошцы тры аднолькавыя брускі А, Б і В (мал. 204).

Які з брускоў знаходзіцца ў стане раўнавагі? Усе тры.



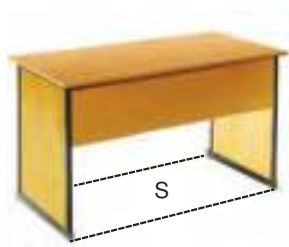
Мал. 204



Мал. 205

Але ці аднолькавая *ступень устойлівасці* станаў гэтых брускоў? Працягнем дослед (мал. 205). Будзем паступова нахіляць дошку, пакідаючы на ёй па адным бруску (каб брусок пры гэтым не саслізгаваў, прымацуем да дошкі невялікую прыступку). Першым перакуліцца брусок *A*, другім — *B*, трэцім — *B*.

Значыць, ступень устойлівасці раўнавагі ў брускоў розная. Чаму? Таму, што перакульванне цела адбываецца тады, калі *лінія дзеяння сілы цяжару* выходзіць за межы *апорнай пляцоўкі*. Бачна, што вугал



перакульвання α тым большы, чым большыя памеры гэтай пляцоўкі і чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару цела.

Зробім практычна важную выснову: **чым ніжэйшы цэнтр цяжару цела і чым большая апорная пляцоўка, тым стан цела больш устойлівы.**

Мал. 206

Звярніце ўвагу: *апорная пляцоўка* — гэта *плоскасць, абмежаваная прамымі, якія праходзяць праз крайнія пункты кантакту цела з апорай*. Плошча *S* апорнай пляцоўкі можа ў шмат разоў перавышаць плошчу непасрэднага кантакту цела з паверхняй апоры (мал. 206).



Для дапытлівых



Мал. 207

Дастатковая апорная пляцоўка і правільнае становішча цэнтра цяжару прадугледжваецца ў канструкцыі ўсіх вышынных збудаванняў. Так, устойлівасць 540-метровай Астанкінскай тэлевежы (мал. 207) забяспечваецца перш за ўсё тым, што яе цэнтр цяжару знаходзіцца практычна на ўзроўні зямлі. Гэта забяспечана заглыбленнем у зямлю жалезабетоннага падмурка масай каля 200 000 тон.



Галоўныя вывады

1. Пункт прыкладання сілы цяжару цела называецца *цэнтрам цяжару*.
2. Існуе тры віды раўнавагі: *устойлівая, няўстойлівая і абыякавая*.
3. Чым ніжэй размешчаны цэнтр цяжару цела і чым большая апорная плошча, тым больш устойлівы стан цела.



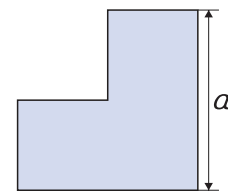
Кантрольныя пытанні

1. Што такое цэнтр цяжару цела?
2. Дзе знаходзіцца цэнтр цяжару цел правільнай формы?
3. Як вызначыць цэнтр цяжару цела на доследзе?
4. Якія віды раўнавагі існуюць? Чым яны адрозніваюцца адзін ад аднаго?
5. Чаму целы імкнуцца заняць становішча з мінімальнай патэнцыяльнай энергіяй?
6. Ад чаго залежыць ступень устойлівасці цела?



Прыклад рашэння задачы

З аднароднай квадратнай пласцінкі са старонай $a = 10$ см выразана $\frac{1}{4}$ частка (мал. 208). Вызначыце становішча цэнтра цяжару пласцінкі з выразам.



Мал. 208

Дадзена:

$$a = 10 \text{ см}$$

$$x_C = ?$$

Рашэнне

Для вызначэння становішча цэнтра (punkta C) вернем на сваё месца выразаную частку (мал. 209). Сіла цяжару ўсёй пласцінкі будзе роўна суме сіл цяжару выразанай часткі $m_1 g$ і часткі $m_2 g$, што засталася. Адносна пункта O алгебраічная сума момантаў гэтых сіл роўна нулю:

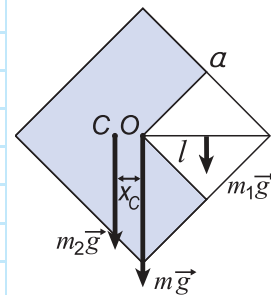
$$m_2 g x_C = m_1 g l.$$

$$\text{Адсюль } x_C = \frac{m_1 l}{m_2}.$$

$$\text{Паколькі } m_1 = \frac{1}{4} m, \text{ а } m_2 = \frac{3}{4} m, \text{ то } x_C = \frac{1}{3} l.$$

$$\text{Паколькі плячо } l = \frac{a\sqrt{2}}{4}, \text{ то } x_C = \frac{a\sqrt{2}}{12} = 1,2 \text{ см.}$$

$$\text{Адказ: } x_C = 1,2 \text{ см.}$$



Мал. 209



§ 29.

Дзеянне вадкасці і газу на апушчаныя ў іх целы.

Выштурхвальная сіла. Закон Архімеда

Да гэтага часу мы разглядалі раўнавагу цел, не ўлічваючы ўплыў асяроддзя (вадкасці, газу), у якім яны знаходзяцца. А як уплывае асяроддзе на раўнавагу цел?



Мал. 210

Апушчаны ў вадку мяч усплывае, паветраныя шары (мал. 210, а) падымаюцца ўверх, шары-зонды (мал. 210, б) ляцяць на велізарную вышыню. Якая сіла накіроўвае іх уверх?

Правядзём дослед. Да дынамометра падвесім пластылінавы брусок (мал. 211, а). Апусцім брусок у вадку (мал. 211, б). Паказанні дынамометра паменшацца. Значыць, на апушчанае цела з боку вадкасці дзейнічае накіраваная ўверх *выштурхвальная сіла*. Яе значэнне роўна рознасці паказанняў дынамометра перад і пасля апускання цела.

Ад чаго залежыць выштурхвальная сіла?

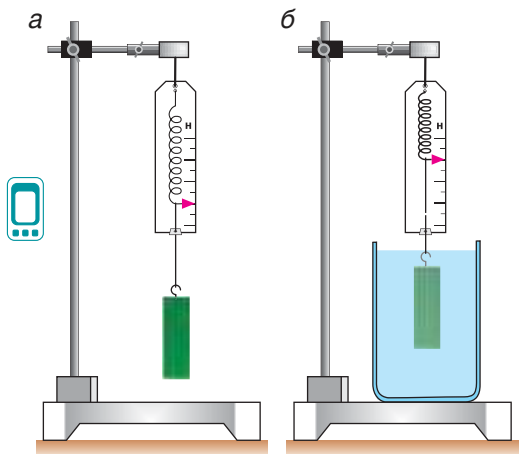
Параўнаем значэнні выштурхвальнай сілы пры поўным (мал. 211, б) і частковым (мал. 212) апусканні бруска. Мы пераконваемся, што *выштурхвальная сіла тым большая, чым большы аб'ём апушчанай у вадкасць часткі цела*.

А ці залежыць выштурхвальная сіла ад шчыльнасці вадкасці? Працягнем доследы. Апусцім пластылінавы брусок у раствор паваранай солі. Павышаючы канцэнтрацыю солі, будзем павялічваць шчыльнасць раствору. Дослед паказвае: *пры павелічэнні шчыльнасці вадкасці, выштурхвальная сіла нарастае*.

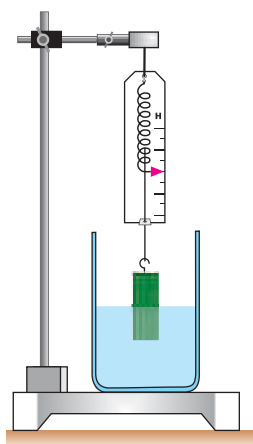
Такім чынам, *выштурхвальная сіла тым большая, чым большы аб'ём апушчанай у вадкасць часткі цела і чым большая шчыльнасць вадкасці*.

Выштурхвальная сіла дзейнічае і на целы, якія знаходзяцца ў газе (мал. 213, а, б).

А як на выштурхвальную сілу ўплывае шчыльнасць газу? Правядзём дослед. Ураўна-



Мал. 211



Мал. 212

важым з дапамогай рычажных вагаў закрытую шкляную колбу, змешчаную ўнутр пасудзіны (мал. 213, а), а затым нальём у гэту пасудзіну вуглякіслы газ (мал. 213, б). (Газы таксама можна пераліваць!) Паколькі шчыльнасць вуглякіслага газу большая, чым шчыльнасць паветра, ён выцесніць паветра з пасудзіны і зойме яго месца. Раўнавага вагаў парушыцца (мал. 213, б), паказваючы на тое, што ў вуглякіслым газе выштурхвальная сіла большая, чым у паветры.

Такім чынам, *і ў газах выштурхвальная сіла расце з павелічэннем шчыльнасці асяроддзя.*

Чаму ўзнікае выштурхвальная сіла? Як яе разлічыць?

Для прастаты разлікаў разгледзім апушчанае ў вадкасць цела, якое мае форму прамавугольнага паралелепіпеда. На малюнку 214 паказаны сілы, з якімі вадкасць шчыльнасцю ρ дзейнічае на цела. Кожная з сіл перпендыкулярна той паверхні, да якой яна прыкладзена.

Сілы ціску вадкасці, якія дзейнічаюць на бакавыя сценкі, толькі сціскаюць цела, але не выштурхваюць яго. Выштурхвальная сіла ўзнікае з-за таго, што накіраваная ўверх сіла ціску вадкасці $\vec{F}_2$ большая за сілу $\vec{F}_1$, накіраваную ўніз. У выніку модуль выштурхвальнай сілы

$$F_{\text{вышт}} = F_2 - F_1. \quad (1)$$

З 7-га класа вы ведаеце, што сіла ціску F , з якой вадкасць дзейнічае на паверхню плошчай S , роўна pS , дзе p — ціск вадкасці. Значыць,

$$F_{\text{вышт}} = p_2 S - p_1 S = (p_2 - p_1)S, \quad (2)$$

дзе p_1 — ціск на глыбіні h_1 , а p_2 — на глыбіні h_2 (мал. 214). Вам вядома таксама, што пры павелічэнні глыбіні апускання на h ціск нарастае на $\rho_v g h$. Тады

$$p_2 - p_1 = \rho_v g h, \quad (3)$$

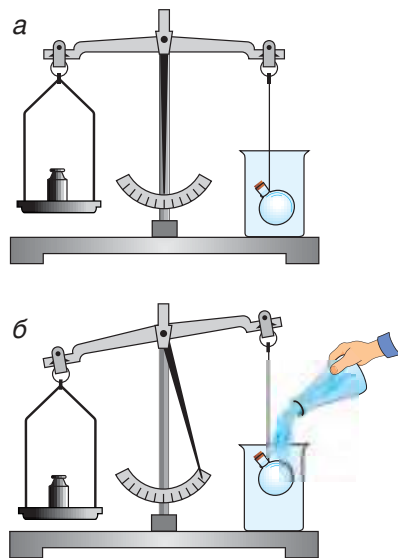
дзе $h = h_2 - h_1$ — гэта вышыня цела (мал. 214).

З (2) і (3) вынікае

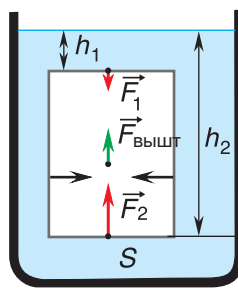
$$F_{\text{вышт}} = \rho_v g h S.$$

Але $h \cdot S = V_{\text{апушч}}$ — аб'ём апушчанага ў вадкасць цела. Такім чынам:

$$F_{\text{вышт}} = \rho_v g V_{\text{апушч}}.$$



Мал. 213



Мал. 214

Здабытак $\rho_v V_{\text{апушч}}$ роўны m_v — масе вадкасці, якую выціснула цела пры яго апусканні, а $\rho_v g V$ роўна $m_v g$, г. зн. *вазе выцесненай вадкасці*. У выніку выштурхвальная сіла:

$$F_{\text{вышт}} = \rho_v g V_{\text{апушч}} = m_v g. \quad (4)$$

На цела, апушчанае ў вадкасць (газ), дзейнічае выштурхвальная сіла, накіраваная вертыкальна ўверх і роўная вазе вадкасці (газу), выціснутага целам.

Гэта сцверджанне называюць *законам Архімеда*, а выштурхвальную сілу — *сілай Архімеда* (і абазначаюць яе F_A), у гонар выдатнага старажытнагрэчаскага вучонага, які адкрыў гэты закон за 250 гадоў да н. э.

Мы вывелі формулу (4), разглядаючы цела ў форме паралелепіпеда. Шматлікія доследы паказваюць: *закон Архімеда можна прымяняць да цел любой формы, апушчаных у вадкасць або газ цалкам або часткова*.

Падкрэслім, што пры частковым апусканні цела ў формуле (4) пад аб'ёмам $V_{\text{апушч}}$ трэба разумець *аб'ём апушчанай у вадкасць часткі цела*.

Цяпер адкажам яшчэ на адно пытанне. Чаму целы, апушчаныя ў вадкасць, напрыклад у ваду, паводзяць сябе па-рознаму: адны з іх (камяні, металічныя прадметы) тонуць, іншыя (кавалкі дрэва, пенапласту, корка) — плаваюць, часткова апусціўшыся ў ваду, а трэція (рыбы, падводныя лодкі) — плаваюць у тоўшчы вады?

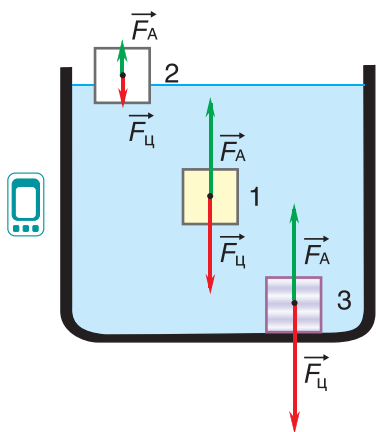
Правядзём дослед. Апусцім у шклянку з салёнай вадой (мал. 215) кубікі з сырой бульбы (1), пенапласту (2) і пластыліну (3). Пластылінавы кубік апусціцца на дно, пенапластавы — усплые, а кубік з бульбы (пры пэўнай канцэнтрацыі солі ў вадзе) застанецца ўнутры вадкасці.

У чым прычына гэтага адрознення? Усё залежыць ад суадносін шчыльнасці цела і шчыльнасці вадкасці. У нашым доследзе шчыльнасць салёнай вады $\rho_v = 1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, пластыліну — $\rho_{\text{пл}} = 1,4 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, сырой бульбы — $\rho_b = 1,1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, пенапласту — $\rho_{\text{пен}} = 0,2 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Параўнаўшы шчыльнасць вадкасці ρ_v са шчыльнасцю цел ρ_c , зробім вывад, што аднароднае цела:

- пры $\rho_c > \rho_v$ патоне ў вадкасці;
- пры $\rho_c = \rho_v$ будзе ў стане раўнавагі на любой глыбіні ўнутры вадкасці;

Мал. 215



• пры $\rho_{\text{ц}} < \rho_{\text{в}}$ усплыве і будзе знаходзіцца ў стане раўнавагі, часткова апусціўшыся ў вадкасць.

Растлумачце вынікі доследу (мал. 215), параўнаўшы сілу цяжару $F_{\text{ц}}$ кожнага з цел з сілай Архімеда $F_{\text{А}}$.

Галоўныя вывады

1. Выштурхвальная сіла (сіла Архімеда) ёсць вынік дзеяння сіл ціску вадкасці (газу) на апушчанае ў яе цела.
2. Закон Архімеда: «На цела, апушчанае ў вадкасць (газ), дзейнічае выштурхвальная сіла, накіраваная вертыкальна ўверх і роўная вазе вадкасці (газу), выцесненай целам».
3. Аднароднае цела тоне ў вадкасці, калі шчыльнасць цела большая за шчыльнасць вадкасці, знаходзіцца ў раўнавазе ўнутры вадкасці, калі іх шчыльнасці роўныя, і знаходзіцца ў стане раўнавагі, часткова апусціўшыся ў вадкасць, калі шчыльнасць цела меншая за шчыльнасць вадкасці.

? Кантрольныя пытанні

1. Якія сілы дзейнічаюць на цела, што знаходзіцца ўнутры вадкасці?
2. Ад чаго залежыць значэнне выштурхвальнай сілы, якая дзейнічае на цела, апушчанае: а) у вадкасць; б) у газ?
3. Ці будзе змяняцца выштурхвальная сіла, якая дзейнічае на аквалангіста, па меры яго паступовага апускання ў ваду?
4. Чаму на кубікі (гл. мал. 215) дзейнічаюць розныя выштурхвальныя сілы? Параўнайце $F_{\text{вышт}}$ і $F_{\text{ц}}$ для кожнага з кубікаў.
5. Выкарыстоўваючы закон Архімеда, дакажыце, што пры $\rho_{\text{ц}} < \rho_{\text{в}}$ аб'ём апушчанай у вадкасць часткі цела $V_{\text{апушч}} = \frac{m}{\rho_{\text{в}}}$, дзе m — маса цела.

→ Дамашняе заданне

Пакладзіце на дно кружкі сырое курынае яйка. Наліце ў кружку вады. Паступова дабаўляйце ў ваду соль, размешваючы раствор. Назірайце за становішчам яйка. Растлумачце вынікі назіранняў.



§ 30.

Плаванне суднаў. Паветраплаванне

(для дадатковага чытання)

На выкарыстанні сілы Архімеда заснавана плаванне плытоў, лодак, караблёў, а таксама паветраплаванне. А што такое паветраплаванне? Чым яно адрозніваецца ад палётаў птушак, самалётаў, ракет?

У папярэднім параграфі мы высветлілі, што *аднароднае* цела, якое складаецца з рэчыва шчыльнасцю $\rho_{\text{ц}}$, не тоне ў вадкасці шчыльнасцю $\rho_{\text{в}}$ пры ўмове $\rho_{\text{ц}} < \rho_{\text{в}}$. А пры якой умове будзе плаваць *неаднароднае* цела, якое складаецца з матэрыялаў рознай шчыльнасці (карабель, падводная лодка, катар)? Пры такой жа ўмове, толькі замест шчыльнасці рэчыва трэба ўзяць *сярэдняю* шчыльнасць цела $\langle \rho_{\text{ц}} \rangle$, г. зн. $\langle \rho_{\text{ц}} \rangle < \rho_{\text{в}}$.

Сярэдняю шчыльнасць цела разлічваюць па формуле $\langle \rho_{\text{ц}} \rangle = \frac{m_{\text{ц}}}{V_{\text{ц}}}$, аналагічнай формуле для шчыльнасці рэчыва. Сярэдняя шчыльнасць цела залежыць ад шчыльнасці матэрыялаў, з якіх яно складаецца. Напрыклад, калі з кавалку пластыліну (мал. 216, а) зляпіць

а



б



в



Мал. 216

шар з паветранай поласцю (мал. 216, б), то сярэдняя шчыльнасць шара стане меншай за шчыльнасць пластыліну ($\langle \rho_{\text{ш}} \rangle < \rho_{\text{пл}}$). А калі запоўніць поласць свінцовым шротам (мал. 216, в)? Сярэдняя шчыльнасць шара будзе большай за шчыльнасць пластыліну ($\langle \rho_{\text{ш}} \rangle > \rho_{\text{пл}}$).

Караблі, паромы, яхты і г. д. канструююць так, каб іх сярэдняя шчыльнасць $\langle \rho \rangle$ была меншай за шчыльнасць вады. У караблях (мал. 217, а) для гэтага ствараюць воданепранікальныя адсекі, запоўненыя паветрам. А для таго, каб падводная лодка (мал. 217, б) магла ісці як у надводным, так і ў падводным рэжыме, у яе канструкцыі (мал. 218) прадугледжваюць магчымасць «кіравання» яе сярэдняй шчыльнасцю $\langle \rho_{\text{ц}} \rangle$. Каб рухацца пад вадой, трэба павялічыць сярэднюю шчыльнасць $\langle \rho_{\text{ц}} \rangle$. Для гэтага спецыяльныя *баласныя адсекі* лодкі запаўняюць вадой. Каб паменшыць сярэднюю шчыльнасць, вадку з гэтых адсекаў выцясняюць сціснутым паветрам (мал. 218).

а



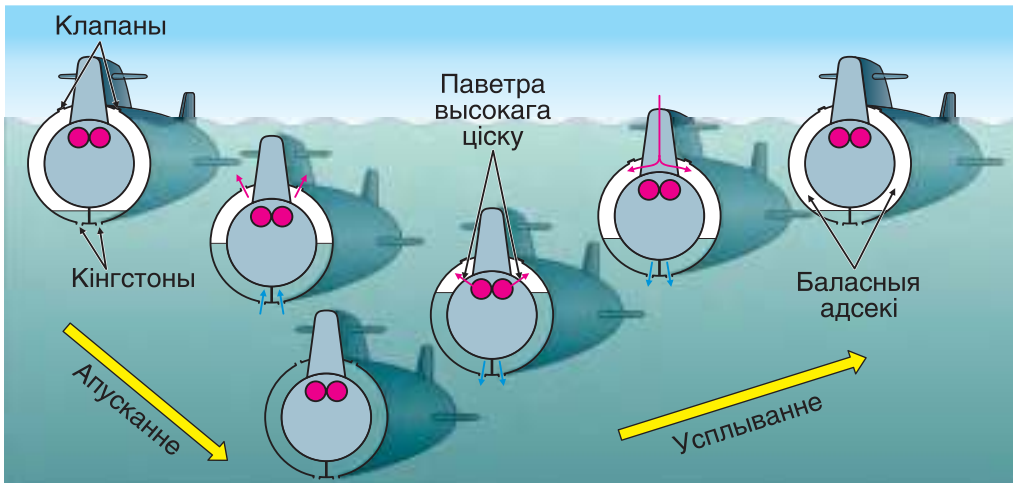
б



Мал. 217

Для марскіх і рачных суднаў існуе максімальная глыбіня бяспечнага апускання. Яе называюць *гранічнай асадкай*. Узровень апускання пры гранічнай асадцы абазначаюць на борце судна чырвонай лініяй — *ватэрлініяй* (мал. 217, а).

Маса вады $m_{\text{в}}$, выцесненай апушчаным да ватэрлініі суднам, называецца *водазмяшчэннем судна*.



Мал. 218

Знакаміты «Тытанік» меў водазмяшчэнне $m_v = 46\,300$ т.

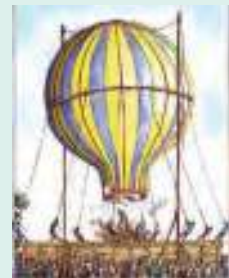
Асадка судна ў незагружаным стане меншая за гранічную, а пры наяўнасці максімальна дапушчальнага грузу — роўна ёй. Адпаведна маса карабля m без грузу меншая за яго водазмяшчэнне m_v . Рознасць $m_v - m = m_{тр}$, роўная масе максімальна дапушчальнага грузу, называецца *грузапад'ёмнасцю* судна. Сучасныя марскія танкеры, якія перавозяць нафту, маюць грузапад'ёмнасць 500 000 т і больш.

А што такое *паветраплаванне*? У адрозненне ад *авіяцыі*, у якой для палёту выкарыстоўваюць устройства, цяжэйшыя за паветра (самалёты, верталёты), *паветраплаванне* ажыццяўляецца з дапамогай такіх лятальных апаратаў, як паветраныя шары, дырыжаблі і г. д.

Як і для плавання суднаў асновай паветраплавання служыць выкарыстанне закона Архімеда.

▼ Для дапытлівых

Першы паветраны шар (мал. 219) быў сканструяваны ў Францыі братамі Мангальф'е і паспяхова запушчаны ў 1782 г. Унізе шара была адтуліна, пад якой знаходзілася жароўня з гарачымі вуглямі. Паветра ўнутры шара паступова награвалася, расшыралася, і частка яго выходзіла з шара. Яго сярэдняя шчыльнасць становілася меншай за шчыльнасць паветра звонку, і шар уздымаўся ўверх. Такія паветраныя шары не маглі падняцца на вялікія вышыні.



Мал. 219

Як павялічыць вышыню пад'ёму шара? Для гэтага сучасныя шары напаўняюць не цёплым паветрам, а геліем (шчыльнасць прыкладна ў 7 разоў меншая за шчыльнасць паветра). Выштурхвальная сіла становіцца дастатковай для таго, каб шар з грузам мог падняцца ў стратасферу.



Мал. 220



Мал. 221

Рознасць паміж сілай Архімеда і сілай цяжару ненагружанага шара роўна вазе грузу, які шар можа падняць, г. зн. яго *пад'ёмнай сіле*.

Чаму лятальныя шары запаўняюць не вадародам — самым лёгкім з газаў, а геліем? Таму, што вадарод (у адрозненне ад гелію) утварае з паветрам вельмі выбухованебяспечную сумесь!

Паветраныя шары, якія падымаюцца на параўнальна невялікія вышыні, называюць *аэрастатамі*, а на вялікія (больш за 11 км, дзе пачынаецца стратасфера) — *стратастатамі*. Апараты, якія выкарыстоўваюць, акрамя сілы Архімеда, сілу цягі рухавікоў, забяспечаных прапелерамі, называюць *дырыжаблямі* (мал. 220).

Паветраплаванне знайшло сваё практычнае прымяненне. Запускаючы шары-зонды, забяспечаныя датчыкамі, метэаролагі атрымліваюць інфармацыю аб тэмпературы, ціску, аб забруджанасці атмасферы на розных вышынях. Дырыжаблі выкарыстоўваюцца для перавозкі буйнагабарытных грузаў.

Карыстаюцца папулярнасцю палёты на паветраных шарах у забаўляльных мэтах (мал. 221).

Выкарыстанне законаў фізікі дазволіла чалавеку асвоіць паветраны і водны акіяны. Паветра і вада — самыя неабходныя складнікі для жыцця чалавека і ўсяго жывога свету. Таму асвойваць паветраны і водныя прасторы трэба экалагічна правільна, стараючыся не прыносіць ім шкоды.

■ Галоўныя вывады

1. Плаванне суднаў і паветраплаванне заснаваны на выкарыстанні выштурхвальнай сілы (сілы Архімеда).
2. Маса вады, выцесненай апушчаным да ватэрлініі суднам, называецца водазмяшчэннем судна.
3. Грузапад'ёмнасць судна роўна рознасці паміж водазмяшчэннем і масай ненагружанага судна.
4. Пад'ёмная сіла паветранага шара роўна рознасці паміж сілай Архімеда, якая дзейнічае на яго, і сілай цяжару ненагружанага шара.



Кантрольныя пытанні

1. Што такое ватэрлінія?
2. Ці можна, параўнаўшы становішча ватэрліній двух роўных па памерах суднаў, меркаваць аб іх грузапад'ёмнасці? Водазмяшчэнні?
3. Чаму для павелічэння вышыні пад'ёму паветранага шара з яго трэба скідаць груз (баласт)?
4. Пад'ёмная сіла паветранага шара $F = 2,5$ кН. Што гэта значыць?



Прыклад рашэння задачы

Плошча льдзіны $S = 5,0 \text{ м}^2$. На колькі павялічыцца глыбіня апускання льдзіны, калі на яе ляжа марскі коцік масай $m = 100 \text{ кг}$?

Дадзена:

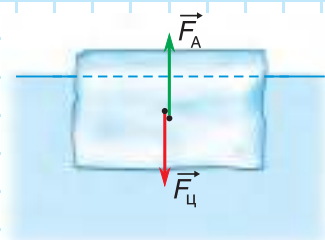
$$S = 5,0 \text{ м}^2$$

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$\Delta h = ?$$

Рашэнне

На льдзіну ў вадзе дзейнічае сіла цяжару $\vec{F}_ц$ і сіла Архімеда $\vec{F}_A$ (мал. 222). У стане раўнавагі $F_ц = F_A$. Пасля таго як на льдзіну ляжа марскі коцік, на яе падзейнічае сіла ціску $\vec{F}_{ціску}$, роўная вазе $\vec{P}$ коціка: $\vec{F}_{ціску} = \vec{P}$. Льдзіна апусціцца глыбей у вадку.



Мал. 222

Пры гэтым павялічыцца сіла Архімеда, якая дзейнічае на льдзіну: $\Delta F = \rho_в g \Delta V = \rho_в g S \Delta h$. Павелічэнне сілы Архімеда абумоўлена вагой марскога коціка: $\Delta F = P$. Паколькі $P = mg$, то $\Delta F = mg$ або $\rho_в g S \Delta h = mg$. Адсюль

$$\Delta h = \frac{m}{\rho_в S} = \frac{100 \text{ кг}}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \text{ м}^2} = 0,02 \text{ м} = 2 \text{ см}.$$

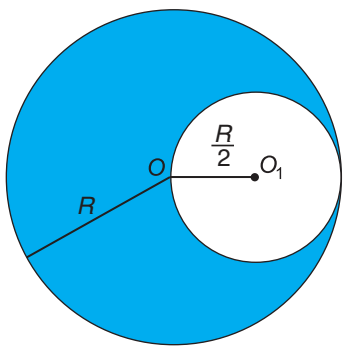
Адказ: $\Delta h = 2 \text{ см}$.

Практыкаванне 23

1. Вызначыце становішча цэнтра цяжару аднародных цел, паказаных на малюнку 223.



Мал. 223



Мал. 224

2. Адна палова прамавугольнага бруска даўжынёй $l = 20$ см складаецца з медзі, другая — з алюмінію. Вызначыце становішча цэнтра цяжару бруска. Шчыльнасць медзі $\rho_{\text{м}} = 8,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, алюмінію $\rho_{\text{ал}} = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

3. З аднароднай пласцінкі ў выглядзе круга радыусам R выразана круглая адтуліна радыусам $\frac{R}{2}$ (мал. 224). На якой адлегласці ад пункта O знаходзіцца цэнтр цяжару пласцінкі?

4. Аб'ём часткі катара, апушчанага да ватэрлініі, $V = 15 \text{ м}^3$. Вызначыце водазмяшчэнне катара.

5. Вызначыце выштурхвальную сілу, якая дзейнічае на шар-зонд аб'ёмам $V = 8,0 \text{ м}^3$, запоўнены геліем. Маса абалонкі шара $m = 0,80 \text{ кг}$. Які груз можа падняць гэты шар? Ці здольны ён падымацца на неабмежаваную вышыню?

6. Дакажыце, што падводная частка айсберга складае 90 % яго аб'ёму.

7. Ці зменіцца глыбіня апускання лодкі пасля спуску ў ваду якар? Разгледзьце два выпадкі: а) якар яшчэ не дасягнуў дна; б) якар ляжыць на дне.

8. Аданіце памеры дырыжабля, які мог бы падняць груз масай $m = 50 \text{ т}$.



9. Выкарыстоўваючы інтэрактыўную мадэль «Умовы плавання цел», вызначыце, у якіх вадкасцях плавае шарык з корка, пластыліну, свінцу і золата. Растлумачце вынікі доследаў.



Тэмы праектных заданняў па раздзеле «Асновы статыкі»

1. Антычная механіка.
2. Простыя механізмы ў маім доме.
3. Міфы і легенды фізікі.
4. Законы статыкі ў канструкцыі веласіпеда.
5. Як аднаму пагрузіць у кузаў машыны цяжкую бочку?
6. Плаванне суднаў і закон Архімеда.
7. Ад дэльтаплана да самалёта.
8. Чаму айсбергі не тонуць?

4

Закони захавання



- Чаму рамяні бяспекі памяншаюць сілу ўдару пры сутыкненні?
- Чаму па нахіленай лесвіцы падымацца лягчэй, чым па вертыкальнай?
- Навошта пры пад'ёме на гару вадзіцель грузанага аўтамабіля ўключае першую перадачу і пераходзіць на малую скорасць руху?
- Як можна перамяшчацца ў адкрытым космасе?





§ 31.

Імпульс цела. Імпульс сістэмы цел

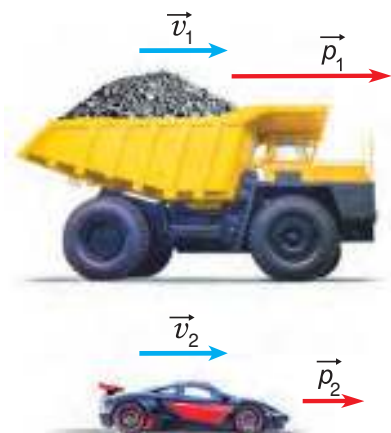
Яшчэ ў XVII ст. у механіцы з'явілася паняцце «колькасць руху». У цяперашні час колькасць руху цела называюць **імпульсам цела** (ад лацінскага *impulses* — штуршок). Чаму ён роўны? Як яго можна вымераць?

У механіцы Ньютана імпульсам цела называецца **вектарная велічыня, роўная здабытку масы цела і скорасці яго руху**:

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (1)$$

Імпульс цела накіраваны таксама, як скорасць руху цела. Адзінка імпульсу ў СІ — *1 кілаграм-метр у секунду* ($1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$).

З азначэння вынікае, што імпульс залежыць і ад скорасці, і ад масы. Напрыклад, імпульс грузанага самазвала БЕЛАЗ значна большы за імпульс аўтамабіля, які рухаецца з такой жа скорасцю (мал. 225).



Мал. 225

Згодна з першым законам Ньютана скорасць руху цела, на якое не дзейнічаюць сілы або дзеянне сіл скампенсавана, пастаянная. Значыць, у гэтым выпадку пастаянны і яго імпульс. Змяніць імпульс цела можна, толькі прыклаўшы да яго сілу.

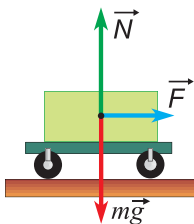
Разгледзім прыклад. Цялежку масай m , якая мае пачатковую скорасць $\vec{v}_1$, на працягу прамежку часу Δt разганяюць, дзейнічаючы пастаяннай сілай $\vec{F}$ (мал. 226). На колькі зменіцца імпульс цялежкі?

Знойдзем выніковую сілу, якая дзейнічае на цялежку. Сілы супраціўлення можна не ўлічваць, сіла рэакцыі $\vec{N}$ і сіла цяжару $m\vec{g}$ (мал. 226) кампенсуюць адна адну. Тады па другім законе Ньютана

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

Падставіўшы ў гэту формулу паскарэнне $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$, атрымаем $m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t$. Дзеянне сілы $\vec{F}$ прывяло да змянення імпульсу цялежкі:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t. \quad (2)$$



Мал. 226

Велічыню $\vec{F}\Delta t$ называюць *імпульсам сілы*.

Імпульс сілы — гэта вектарная велічыня, роўная здабытку сілы і часу яе дзеяння.

Формула (2) выражае закон змянення імпульсу цела.

Змяненне імпульсу цела роўна імпульсу выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.

З дадзенага закону вынікае:

- змяненне імпульсу цела $\Delta \vec{p}$ накіравана таксама, як выніковая сіла $\vec{F}$;
- змяненне імпульсу цела тым большае, чым большая прыкладзеная да яго сіла і чым даўжэйшы час яе дзеяння.

Формулу (2) можна запісаць у выглядзе

$$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}. \quad (3)$$

▼ Для дапытлівых

Роўнасць $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$ адпавядае фармулёўцы, дадзенай другому закону дынамікі самім Ньютанам: «Змяненне колькасці руху прапарцыянальна прыкладзенай рухальнай сіле і адбываецца па прамой, па якой гэта сіла дзейнічае».

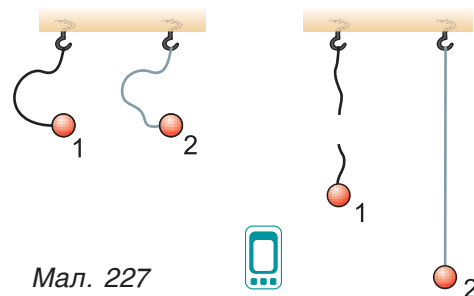
Закон змянення імпульсу тлумачыць цэлы шэраг з'яў паўсядзённага жыцця.

Выканаем просты дослед. Возьмем дзве ніткі: звычайную 1 і гумавую 2 (мал. 227) аднолькавай трываласці і даўжыні. Прывяжам іх да аднолькавых грузаў і дадзім грузам магчымасць падаць з аднолькавай вышыні. Нітка 1 парвецца, а нітка 2 — не (мал. 227). Чаму гэта адбываецца?

Справа ў тым, што прамежак часу тармажэння Δt для груза на звычайнай нітцы 1 быў у шмат разоў меншы, чым для груза на гумавай нітцы 2, якая лёгка дэфармуецца. З формулы (3) вынікае, што сіла F тым большая, чым меншы Δt (пры роўных змяненнях імпульсу). Значыць, на звычайную нітку дзейнічала большая сіла.

Гэта неабходна ўлічваць у тэхніцы. Нельга рабіць рэзкіх рыўкоў пры пад'ёме грузаў і пры буксіроўцы транспартных сродкаў. Можа адбыцца абрыў троса.

Каб пазбегнуць цяжкіх наступстваў пры сутыкненнях, трэба паменшыць сілу ўдару за кошт павелічэння часу, за які імпульс паменшыцца да



Мал. 227



Мал. 228



Мал. 229

Мал. 230 дзе n — колькасць цел сістэмы.

нуля. Для гэтага вагоны забяспечваюць буфернымі спружыннымі амартызатарамі (мал. 228), аўтамабілі — бамперамі, рамянямі бяспекі, паветранымі падушкамі, якія спрацоўваюць аўтаматычна (мал. 229).

І наадварот, для атрымання вялікіх сіл выкарыстоўваюць удар, пры якім імпульс змяняецца за вельмі малы прамежак часу Δt (гл. формулу (3)). Прыкладамі служаць забіванне паляў молатам, які падае (мал. 230), разбуральнае дзеянне куль, снарадаў і г. д.

Мы разгледзелі змяненне імпульсу аднаго цела. А як змяняецца сумарны імпульс некалькіх цел?

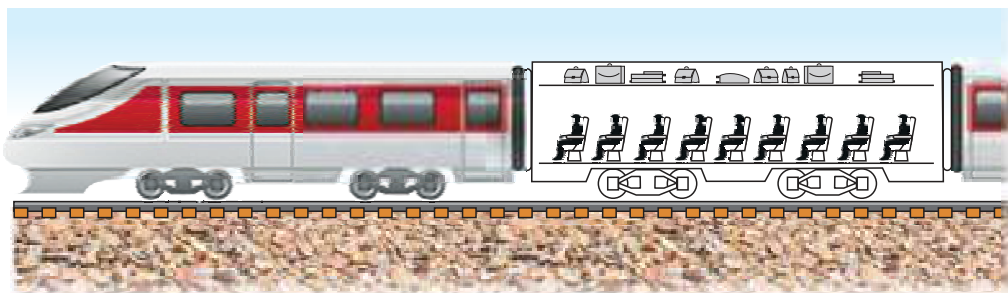
У механіцы групу з некалькіх цел называюць *механічнай сістэмай*. Целы, якія не ўваходзяць у сістэму, называюцца *знешнімі цэламі*.

Напрыклад, механічнай сістэмай з'яўляецца пасажырскі вагон (мал. 231). У механічную сістэму «вагон» уваходзяць: корпус вагона, людзі, якія знаходзяцца ў вагоне, багаж і г. д. Знешнімі цэламі будуць: Зямля, лакаматыў, рэйкі, астатнія вагоны цягніка і г. д.

Сілы ўзаемадзеяння адных цел сістэмы з другімі называюць *унутранымі*. Напрыклад, у сістэме «вагон» унутранай будзе сіла, з якой багаж цісне на лаўку вагона, і сіла, з якой лаўка дзейнічае на багаж. Сілы, якія дзейнічаюць на целы сістэмы з боку знешніх цел, называюць *знешнімі сіламі*. Напрыклад, сіла цяжару, з якой Зямля дзейнічае на багаж, — гэта знешняя сіла.

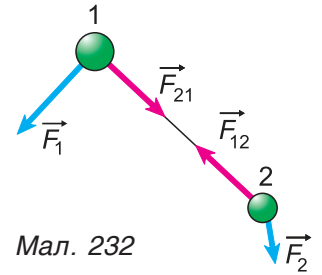
Кожнае з цел механічнай сістэмы мае свой імпульс. Вектарная сума імпульсаў усіх цел, якія ўваходзяць у сістэму, называецца *імпульсам механічнай сістэмы*:

$$\vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n,$$



Мал. 231

Разгледзім сістэму з двух цел (1 і 2) (мал. 232). Сілы іх узаемадзеяння $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ — гэта ўнутраныя сілы. Няхай на целы 1 і 2 дзейнічаюць таксама і знешнія сілы. Абазначым іх $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ (мал. 232). За прамежак часу Δt з-за дзеяння сіл адбудзецца змяненне імпульсу:



Мал. 232

- для цела 1: $\Delta \vec{p}_1 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_1) \Delta t$;
- для цела 2: $\Delta \vec{p}_2 = (\vec{F}_{12} + \vec{F}_2) \Delta t$;
- для ўсёй сістэмы: $\Delta \vec{p}_{\text{сіст}} = \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 = (\vec{F}_{21} + \vec{F}_1 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_2) \Delta t$.

Па трэцім законе Ньютана сілы ўзаемадзеяння цел $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$. З улікам гэтага

$$\Delta \vec{p}_{\text{сіст}} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Delta t = \vec{F}_{\text{знеш}} \Delta t.$$

А калі ў механічную сістэму ўваходзіць больш за два целы? Сума ўсіх унутраных сіл будзе па-ранейшаму роўна нулю, а змяненне імпульсу механічнай сістэмы

$$\Delta \vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{F}_{\text{знеш}} \Delta t, \quad (4)$$

дзе $\vec{F}_{\text{знеш}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$ — выніковая ўсіх знешніх сіл, якія дзейнічаюць на целы сістэмы.

Формула (4) выражае закон змянення імпульсу механічнай сістэмы.

Змяненне імпульсу механічнай сістэмы роўна імпульсу выніковай знешніх сіл.

Такім чынам, *толькі знешнія сілы* могуць выклікаць змяненне імпульсу механічнай сістэмы. Унутраныя сілы не змяняюць імпульс механічнай сістэмы ў цэлым, але могуць змяніць імпульс асобных цел сістэмы.

Адкажыце самастойна: якая сіла павялічвае імпульс вагона на ўчастку разгону? Якія сілы памяншаюць імпульс вагона пры яго тармажэнні? Ці могуць пасажыры, якія знаходзяцца ў вагоне, выклікаць змяненне імпульсу механічнай сістэмы «вагон»?

Галоўныя вывады

1. Імпульс цела — гэта вектарная велічыня, роўная здабытку масы цела і скорасці яго руху.
2. Напрамак імпульсу цела супадае з напрамкам яго скорасці.
3. Змяненне імпульсу цела роўна імпульсу выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.
4. Змяніць імпульс механічнай сістэмы могуць толькі знешнія сілы. Гэта змяненне роўна імпульсу выніковай знешніх сіл.

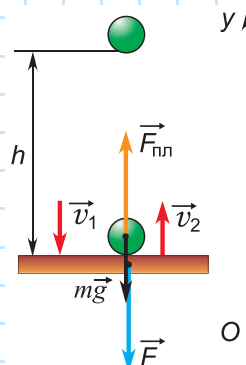
Контрольные вопросы

1. Что такое импульс тела? Куда он направлен? В каких единицах измеряется?
2. Как можно изменить импульс тела? Чему равно это изменение? Куда оно направлено?
3. Что такое механическая система? Чему равно её импульс?
4. Что такое внутренние силы? Внешние силы?
5. Какие силы могут вызвать изменение импульса механической системы? Чему?



Пример решения задачи

Шарик массой $m = 0,10$ кг свободно падает без начальной скорости с высоты $h = 0,20$ м на горизонтальную плиту и отскакивает от неё. Учитывая, что модули скорости шарика перед ударом и сразу после удара равны (мал. 233), вычислите среднюю силу, с которой шарик действовал на плиту. Время удара $\Delta t = 5,0 \cdot 10^{-3}$ с; $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



Мал. 233

Дано:

$$m = 0,10 \text{ кг}$$

$$h = 0,20 \text{ м}$$

$$\Delta t = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$v_2 = v_1$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F = ?$$

Решение

Поскольку на шарик в момент удара действует сила тяжести и сила, приложенная к нему со стороны плиты, то изменение импульса шарика за время удара $\Delta \vec{p} = (m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пл}})\Delta t$, где $\vec{F}_{\text{пл}}$ — средняя сила действия плиты на шарик.

А именно

$$\vec{F}_{\text{пл}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} - m\vec{g} = \frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} - m\vec{g},$$

где $\vec{v}_1$ — скорость шарика перед ударом, а $\vec{v}_2$ — сразу после удара.

Упростим по оси Oy :

$$F_{\text{пл}} = \frac{mv_2 - (-mv_1)}{\Delta t} + mg = \frac{m(v_2 + v_1)}{\Delta t} + mg.$$

Поскольку шарик свободно падает без начальной скорости с высоты h , то $v_1 = \sqrt{2gh}$. По условию задачи $v_2 = v_1$. Значит,

$$F_{\text{пл}} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg.$$

Па трэцім законе Ньютана сярэдняя сіла, з якой шарык падчас удару дзейнічаў на пліту, $\vec{F} = -\vec{F}_{\text{пл}}$. У выніку для модуля F атрымаем:

$$F = F_{\text{пл}} = \frac{2m\sqrt{2gh}}{\Delta t} + mg =$$

$$= \frac{2 \cdot 0,10 \text{ кг} \cdot \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 0,20 \text{ м}}}{5,0 \cdot 10^{-3} \text{ с}} + 0,10 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 81 \text{ Н}.$$

Сіла, з якой шарык у час удару дзейнічаў на пліту, накіравана вертыкальна ўніз. Модуль сярэдняй сілы ўдару ў 81 раз большы за вагу шарыка, які знаходзіцца ў стане спакою.

Практыкаванне 24

1. Футбольны мяч масай $m = 0,45 \text{ кг}$ улятае ў вароты са скорасцю $v = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце модуль імпульсу мяча.

2. Пры руху па прамалінейным участку шашы модуль скорасці руху аўтамабіля масай $m = 1,0 \text{ т}$ змяніўся ад $v_1 = 36 \frac{\text{км}}{\text{г}}$ да $v_2 = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. Вызначыце модуль змянення імпульсу аўтамабіля. Чаму роўна выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да аўтамабіля, калі ён разганяўся роўнапаскорана на працягу часу $t = 3,0 \text{ мін}$?

3. Лёгкаатлет масай m бяжыць па кругавой дарожцы са скорасцю, модуль якой v пастаянны. Вызначыце модуль змянення імпульсу лёгкаатлета за кожны з прамежкаў часу: $\Delta t_1 = \frac{T}{4}$, $\Delta t_2 = \frac{T}{2}$, $\Delta t_3 = T$, дзе T — час прабегу аднаго круга.

4. Малекула масай $m = 2,0 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ ляціць са скорасцю, накіраванай пад вуглом $\alpha = 60^\circ$ да паверхні сценкі пасудзіны. Модуль скорасці $v = 450 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Пасля ўдару аб сценку малекула пад такім жа вуглом без змянення модуля скорасці адскоквае ад яе. Вызначыце модуль змянення імпульсу малекулы.

5. У кнізе Э. Распэ «Прыгоды барона Мюнхгаўзена» прыведзена апавяданне барона: «Аднойчы паспрабаваў я пераскочыць цераз балота вярхом на кані. Але конь не даскочыў да берага, і мы трапілі ў вадкі бруд. Трапілі і пачалі тануць... Што было рабіць? ... Схапіўшы сябе за валасы, я з усіх сіл ірвануў уверх і без вялікіх намаганняў выцягнуў з балота і сябе, і свайго каня, якога сціскаў абедзвюма нагамі...» Дакажыце, што такі спосаб выратавання немагчымы.

6. Ці можа модуль імпульсу сістэмы з двух цел быць меншым за модуль імпульсу аднаго цела сістэмы? Чаму?



§ 32.

Закон захавання імпульсу. Рэактыўны рух

Знакаміты французскі філосаф і матэматык Рэнэ Дэкарт (1596 — 1650) сцвярджаў: «У Сусвеце ёсць вядомая колькасць руху, якая ніколі не змяняецца. І калі адно цела прыводзіць у рух другое, то яно губляе столькі свайго руху, колькі яго надае». Як вывесці гэта сцверджанне з закону змянення імпульсу?

У папярэднім параграфі мы даказалі, што імпульс сістэмы цел можа змяніцца толькі пад дзеяннем знешніх сіл:

$$\Delta \vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{F}_{\text{знеш}} \Delta t. \quad (1)$$

А калі выніковая знешніх сіл $\vec{F}_{\text{знеш}} = \vec{0}$? Тады змяненне імпульсу $\Delta \vec{p}_{\text{сіст}} = \vec{0}$, і імпульс сістэмы застаецца пастаянным:

$$\vec{p}_{\text{сіст}} = \overrightarrow{\text{const}}. \quad (2)$$

Вектарная роўнасць (2) выражае *закон захавання імпульсу*. Імпульс механічнай сістэмы захоўваецца, калі выніковая знешніх сіл, што дзейнічаюць на яе, роўна нулю.

У якіх выпадках можна выкарыстоўваць закон захавання імпульсу? Перш за ўсё — калі на сістэму ўвогуле не дзейнічаюць знешнія сілы. Такія сістэмы называюць замкнутымі. Імпульс замкнутай сістэмы не змяняецца (захоўваецца), як і сцвярджаў Дэкарт.

Рэальныя механічныя сістэмы не бываюць замкнутымі. На ўсе целы вакол нас дзейнічае Зямля, на Зямлю дзейнічае Сонца і г. д. Аднак закон захавання імпульсу можна выкарыстоўваць і для незамкнутых сістэм, калі:

- знешнія сілы дзейнічаюць, але іх выніковая $\vec{F}_{\text{знеш}} = \vec{0}$;
- сістэмы «замкнутыя» ў дадзеным напрамку, г. зн. праекцыя $\vec{F}_{\text{знеш}}$ на гэты напрамак роўна нулю. У гэтым выпадку захоўваецца праекцыя $\vec{p}_{\text{сіст}}$ на гэты напрамак;
- знешнія сілы малыя або іх можна не ўлічваць.

Напрыклад, закон захавання імпульсу выкарыстоўваюць пры рашэнні задач аб сутыкненні цел, выстралах і г. д., калі на працягу вельмі малых прамежкаў часу ўнутры сістэмы ўзнікаюць вялізныя сілы. Разгледзім прыклад. Драўляны кубік масай M ляжыць на гарызантальным сталі. У кубік трапляе куля масай m і засядае ў

ім (мал. 234). Скорасць кулі $\vec{v}_0$ перад ударам гарызантальная. Трэба знайсці скорасць $\vec{v}$, якую набыве кубік.

Ці замкнутая сістэма «кубік + пуля»? Не. Але сіла цяжару сістэмы кампенсавана сілай рэакцыі апоры, а сіла трэння кубіка аб паверхню стала малая. Значыць, велічыню $\vec{F}_{\text{знеш}} \Delta t$ (дзе Δt — час удару) можна не ўлічваць і прыраўнаваць імпульс сістэмы «кубік + пуля» да ўдару (роўны $m\vec{v}_0$) да імпульсу гэтай сістэмы пасля ўдару $(m + M)\vec{v}$:

$$m\vec{v}_0 = (m + M)\vec{v}.$$

Значыць, скорасць кубіка разам з куляй пасля ўдару

$$\vec{v} = \frac{m}{m + M} \vec{v}_0. \quad (3)$$

Удар, у выніку якога цэлы аб'ядноўваюцца і паводзяць сябе як адзінае цэлае, называюць *абсалютна няпружкім ударам*.

Разгледжаны прыклад — прыватны выпадак такога ўдару. Іншымі прыкладамі з'яўляюцца злучэнне вагонаў пры счэпцы, склейванне пластылінавых шарыкаў пры ўдары і г. д.

Разгледзім цяпер прыклад, у якім адбываецца не аб'яднанне, а падзел частак сістэмы.

На гарызантальных чыгуначных рэйках стаіць платформа (мал. 235) з замацаванай на ёй гарматай. Устаноўка можа свабодна каціцца па рэйках. Ствол гарматы гарызантальны. Гармата робіць выстрал. Платформа набывае скорасць, накіраваную супраць скорасці снарада.

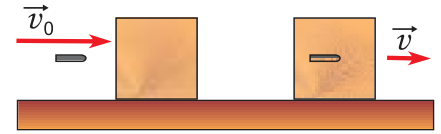
Як знайсці скорасць $\vec{v}_1$ платформы? Сіла цяжару, якая дзейнічае на ўстаноўку, кампенсавана сілай рэакцыі рэк. Трэнне качэння можна не ўлічваць. Значыць, як і ў папярэднім прыкладзе, можна выкарыстаць закон захавання імпульсу.

Паколькі імпульс сістэмы да выстрала быў роўны нулю, то пасля выстрала:

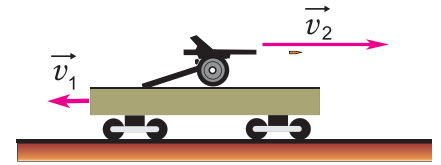
$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \vec{0}, \quad (4)$$

дзе m_1 — маса ўстаноўкі, m_2 — маса снарада, $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ — іх скорасці пасля выстралу (мал. 235). З роўнасці (4) знаходзім скорасць платформы:

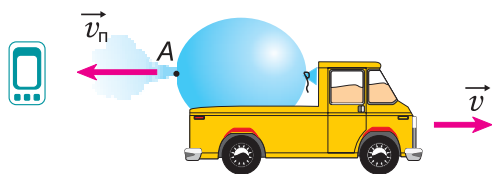
$$\vec{v}_1 = -\frac{m_2}{m_1} \vec{v}_2. \quad (5)$$



Мал. 234



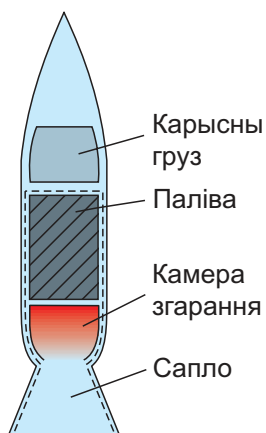
Мал. 235



Мал. 236



Мал. 237



Мал. 238

Чаму платформа пачала рухацца? Таму, што паражавыя газы, якія ўтварыліся ў канале ствала пры выстрале, дзейнічалі як на снарад, так і на гармату. Сіла, прыкладзеная да гарматы, выклікала рух платформы з гарматай у напрамку, процілеглым руху снарада («аддачу»).

Аналагічную з'яву можна назіраць на простым доследзе. Прымацую да цацачнага аўтамабіля надзьмуты паветраны шарык (мал. 236). Праколем яго ў пункце А іголкай. Утворацца струмень паветра, які вырываецца з шарыка, і аўтамабіль пачне рухацца.

Гэты рух узнік пры аддзяленні ад цела яго часткі з некаторай скорасцю, не роўнай нулю. Яго называюць *рэактыўным рухам*, а сілу, якая паскарае цела, — *рэактыўнай сілай*.

Рэактыўная сіла ўзнікае пры аддзяленні ад цела якой-небудзь яго часткі са скорасцю, не роўнай нулю (адносна цела).

Устройства, якое стварае рэактыўную сілу, называецца *рэактыўным рухавіком*.

Рэактыўнымі рухавікамі аснашчаны скарасныя самалёты, сучасныя касмічныя караблі (мал. 237). Спрошчаная схема рэактыўнага рухавіка паказана на малюнку 238.

Якую скорасць $\vec{v}$ набывае ракета масай m_1 , калі яе рухавік выкіне порцыю газу масай m са скорасцю $\vec{v}_r$?

Паводле закону захавання імпульсу з формулы (5) атрымаем модуль скорасці, якую набывае ракета:

$$v = \frac{m}{m_1} v_r. \quad (6)$$

Значыць, ракета набірае тым большую скорасць, чым большая скорасць выцякання газаў з яе сапла і чым меншая яе маса. Адсюль зразумела выгада выкарыстання многаступенчатых ракет (мал. 238). Па меры выгарання паліва ў ступені яе аддзяляюць. Маса ракеты памяншаецца, што палягчае яе далейшы разгон. З дапамогай многаступеньчатых ракет выводзяць на арбіту штучныя спадарожнікі Зямлі, даследуюць каляземную і міжпланетную касмічную прастору.

Першы ў свеце штучны спадарожнік Зямлі быў запушчаны ў 1957 г. у СССР. Першы арбітальны палёт чалавека вакол Зямлі

здзейсніў лётчык-касманаўт Ю. Гагарын у 1961 г. Амерыканскія астранаўты Н. Армстронг і Э. Олдрын у 1969 г. першымі высадзіліся на паверхню Месяца.

Ракетна-касмiчныя даследаванні сталі неад’емнай часткай сучаснай цывiлiзацыi. Сярод касманаўтаў ёсць ураджэнцы Беларусi: П. I. Клімук, У. В. Кавалёнак, А. В. Навіцкі. З касмадрома «Байка-нур» 22 ліпеня 2012 г. быў запушчаны Беларускі касмічны апарат (БКА) — спадарожнік масай 400 кг. Ён забяспечвае дыстанцыйнае зандзіраванне тэрыторыі Беларусі шляхам здымкі з космасу.

■ Галоўныя вывады

1. Калі выніковая знешніх сіл роўна нулю, то імпульс сістэмы захоўваецца.
2. Закон захавання імпульсу можна выкарыстаць у дачыненні да незамкнутых сістэм, калі ўплыў знешніх сіл можна не ўлічваць.
3. Рэактыўная сіла ўзнікае пры аддзяленні ад цела якой-небудзь яго часткі з не роўнай нулю скорасцю.

? Кантрольныя пытанні

1. Што адбудзецца з імпульсам сістэмы, калі на яе перастануць дзейнічаць знешнія сілы?
2. У якіх выпадках у дачыненні да незамкнутай сістэмы можна выкарыстоўваць закон захавання імпульсу?
3. Якую сілу называюць рэактыўнай? Прыведзіце прыклады.
4. За кошт чаго павялічваецца скорасць ракеты ў працэсе яе руху?
5. Чаму для запуску касмічных караблёў выкарыстоўваюць многаступеньчатыя ракеты?



Прыклад рашэння задачы

Два вагоны масамі $m_1 = 10$ т і $m_2 = 20$ т рухаліся па гарызантальным участку шляху насустрач адзін аднаму. Модулі скорасці руху вагонаў $v_1 = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ і $v_2 = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ адпаведна. Вызначыце модуль і напрамак скорасці руху вагонаў пасля спрацоўвання аўтасчэпкі.

Дадзена:

$$m_1 = 10 \text{ т} = 1,0 \cdot 10^4 \text{ кг}$$

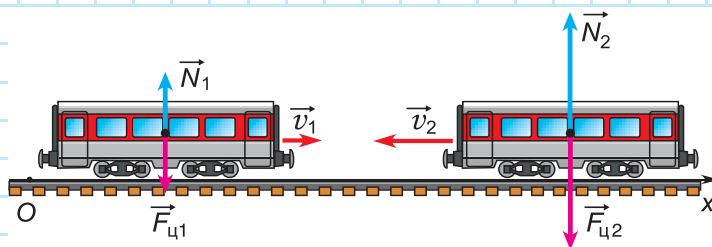
$$m_2 = 20 \text{ т} = 2,0 \cdot 10^4 \text{ кг}$$

$$v_1 = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_2 = 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

 $\vec{v}$ — ?

Рашэнне



Мал. 239

На сістэму з двух вагонаў (мал. 239) дзейнічаюць знешнія сілы: сілы цяжару $\vec{F}_{ц1} = m_1 \vec{g}$ і $\vec{F}_{ц2} = m_2 \vec{g}$ і сілы рэакцыі рээк $\vec{N}_1$ і $\vec{N}_2$, якія кампенсуюць іх. Сілы трэння качэння малыя, іх можна не ўлічваць.

У выніку сума знешніх сіл, якія дзейнічаюць на вагоны, роўна нулю. Значыць, да сістэмы з двух вагонаў можна прымяніць закон захавання імпульсу: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}$. Тут $\vec{v}$ — скорасць вагонаў пасля счэпкі. У праекцыі на вось Ox атрымаем: $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_x$.

$$\text{Адсюль } v_x = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2};$$

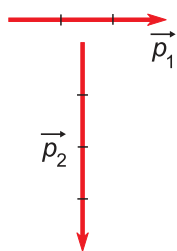
$$v_x = \frac{1,0 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 2,0 \cdot 10^4 \text{ кг} \cdot 0,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{(1,0 + 2,0) \cdot 10^4 \text{ кг}} = \frac{0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{3,0} = -0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Знак «-» паказвае на тое, што пасля аўтасчэпкі вагоны будуць рухацца супраць напрамку восі Ox .

Адказ: скорасць $\vec{v}$ накіравана супраць восі Ox ; $v = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Мал. 240



Мал. 241

Практыкаванне 25

1. На малюнку 240, а паказаны імпульс $\vec{p}$ замкнутай сістэмы з двух цел у момант часу t . У момант часу $t_1 > t$ імпульс першага цела стаў роўны $\vec{p}_1$ (мал. 240, б). Пакажыце імпульс другога цела сістэмы ў момант часу t_1 . Якім будзе імпульс другога цела, калі імпульс першага цела стане роўным $-\vec{p}_1$?

2. Імпульсы цел замкнутай сістэмы ў момант часу t паказаны на малюнку 241. Які імпульс сістэмы ў момант часу $t_1 > t$? У момант часу $t_0 < t$?

3. Лодка масай $m_1 = 100$ кг рухаецца па возеры з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v_1 = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. З лодкі саскоквае хлопчык масай $m_2 = 40$ кг. Вызначыце модуль скорасці і напрамак руху лодкі пасля скачка хлопчыка, калі хлопчык скокне:

а) з носа лодкі ў напрамку яе руху са скорасцю, модуль якой $v_2 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

б) таксама як у папярэднім выпадку, але пры $v_2 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

в) з кармы ў напрамку, процілеглым руху лодкі, пры $v_2 = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Вызначыце таксама напрамак і модуль скорасці, з якой павінен скокнуць хлопчык, каб лодка спынілася. Усе скорасці разглядаюцца ў сістэме адліку «бераг». У гэтай і наступных задачах сілу супраціўлення вады не ўлічваць.

4. На возеры ў стане спакою знаходзіцца плыт масай $m_1 = 300$ кг. На плыце стаіць чалавек масай $m_2 = 60$ кг. Вызначыце адлегласць, на якую адносна берага перамесціцца плыт, калі чалавек пройдзе па плыце шлях $s = 6,0$ м перпендыкулярна берагу.



5. Сын з бацькам сядзяць у нерухомай лодцы на адлегласці $l = 3,0$ м адзін ад аднаго і ловяць у возеры рыбу. Куды і на колькі перамесціцца лодка, калі сын з бацькам памяняюцца месцамі? Маса бацькі $m_1 = 80$ кг, маса сына $m_2 = 40$ кг, маса лодкі $M = 50$ кг.

6. Хлопчык масай $m_1 = 50$ кг, што бяжыць са скорасцю, модуль якой $v_1 = 6,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, даганяе цялежку, што рухаецца са скорасцю, $v_2 = 0,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, і заскоквае на яе. Маса цялежкі $m_2 = 30$ кг. Вызначыце скорасць руху цялежкі з хлопчыкам.

7. У той момант, калі лодка выплывае з-пад моста, у яе вертыкальна апускаюць з моста груз масай $m_1 = 40$ кг. Маса лодкі $m_2 = 120$ кг, модуль скорасці яе руху $v = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Ці зменіцца скорасць лодкі пасля атрымання груза і на колькі?

8. Механічная сістэма складаецца з двух цел. Ці можа імпульс аднаго з цел сістэмы быць большым за імпульс сістэмы? Адказ аргументуйце.



9. Тры хлопчыкі бягуць адзін за адным з аднолькавай скорасцю. Першы хлопчык заскоквае ў нерухомую цялежку, якая апынулася на яго шляху. Цялежка набывае скорасць $v_1 = 1,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Затым у гэту ж цялежку заскоквае другі хлопчык, і скорасць руху цялежкі становіцца $v_2 = 1,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. З якой скорасцю будзе рухацца цялежка пасля таго, як у яе заскочыць трэці хлопчык? Масы хлопчыкаў аднолькавыя. Трэнне не ўлічваць.



§ 33.

Механічная работа. Магутнасць

У 7-м класе вы пазнаёміліся з фізічнай велічыняй, называемай «механічная работа». Вы даведаліся, што, у выпадку калі напрамак сілы F супадае з напрамкам руху, работа, якую выконвае гэтая сіла, вызначаецца па формуле:

$$A = Fs.$$

А калі сіла накіравана пад вуглом да перамяшчэння? Як вызначыць работу ў гэтым выпадку?

Разгледзім прыклад. Трактар перамяшчае бетонны блок, дзейнічаючы на яго сілай $\vec{F}$ (мал. 242). Сіла ўтварае вугал α з перамяшчэннем блока $\Delta\vec{r}$. Раскладзём сілу $\vec{F}$ на два складальнікі: перпендыкулярны перамяшчэнню $\vec{F}_\perp$ і паралельны яму $\vec{F}_r$.

У напрамку сілы $\vec{F}_\perp$ блок не перамяшчаецца. Гэта сіла работу не выконвае. Значыць, работа сілы $\vec{F}$ роўна рабоце яе складальніка $\vec{F}_r$, накіраванага па руху блока:

$$A = F_r \Delta r.$$

Паколькі $F_r = F \cos \alpha$ (мал. 242), то

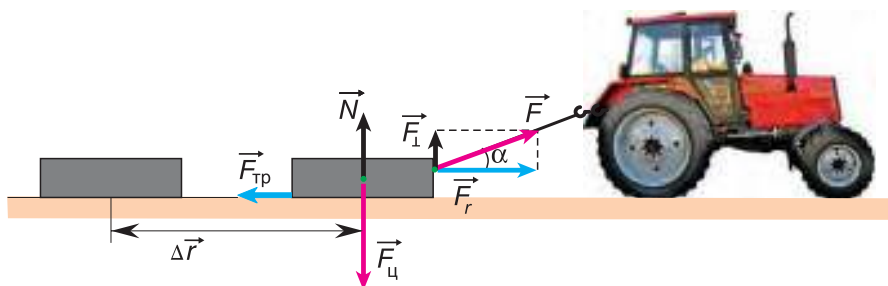
$$A = F \Delta r \cos \alpha. \quad (1)$$

Механічная работа роўна модулю сілы, памножанаму на модуль перамяшчэння і на косінус вугла паміж сілай і перамяшчэннем.

Работа — скалярная велічыня.

Адзінкай работы ў СІ з'яўляецца *1 джоўль* (1 Дж). Ён роўны рабоце, выконваемай сілай 1 ньютан пры перамяшчэнні цела на 1 метр у напрамку гэтай сілы (1 Дж = 1 Н · м).

Работа сілы можа быць дадатнай, адмоўнай або роўнай нулю. Гэта залежыць ад вугла паміж сілай і перамяшчэннем. З формулы (1) вынікае:



Мал. 242

- калі вугал α востры, то $\cos \alpha > 0$ і работа дадатная;
- калі прамы — роўна нулю ($\cos \alpha = 0$);
- калі тупы — адмоўная ($\cos \alpha < 0$).

У нашым прыкладзе на бетонны блок, акрамя сілы нацяжэння троса $\vec{F}$, дзейнічаюць: сіла цяжару $\vec{F}_ц$, сіла рэакцыі $\vec{N}$ і сіла трэння $\vec{F}_тр$ (мал. 242). Якой будзе работа кожнай з гэтых сіл? Вызначыце самастойна.

Пабудуем графік залежнасці праекцыі сілы F_r ад модуля перамяшчэння Δr пры $F_r = \text{const}$ (мал. 243). Плошча зафарбаванага прамавугольніка лікава роўна рабоце, выкананай гэтай сілай пры перамяшчэнні Δr_1 .

А калі сіла — зменная велічыня? У гэтым выпадку работа сілы таксама вызначаецца плошчай фігуры пад графікам залежнасці сілы F_r ад модуля перамяшчэння Δr (мал. 244).

Падлічым работу для двух практычна важных выпадкаў.

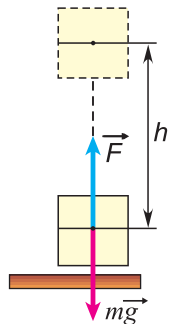
1. Работа па пад'ёме цела. Цела масай m раўнамерна падымаюць уверх. Для гэтага да яго прыкладаюць сілу $\vec{F} = -m\vec{g}$ (мал. 245). Работа сілы, неабходнай для раўнамернага пад'ёму грузу па вертыкалі на вышыню h , роўна

$$A = mgh. \quad (2)$$

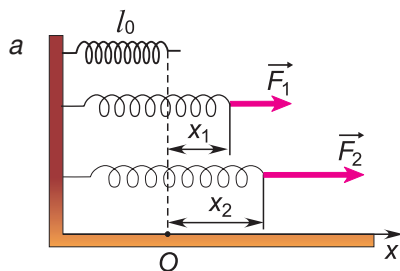
2. Работа па дэфармаванні sprужыны. Расцягнем sprужыну жорсткасцю k знешняй сілай $\vec{F}$ (мал. 246, а). Пры пругкіх дэфармацыях модуль знешняй сілы прама прапарцыянальны расцяжэнню sprужыны x , г. зн. $F = kx$. Работа сілы $\vec{F}$ лікава роўна плошчы трохвугольніка OAB на графіку залежнасці F ад x (мал. 246, б):

$$A = \frac{kx^2}{2}. \quad (3)$$

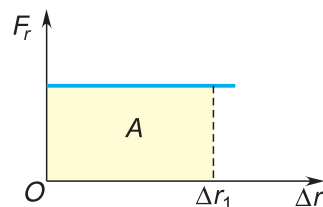
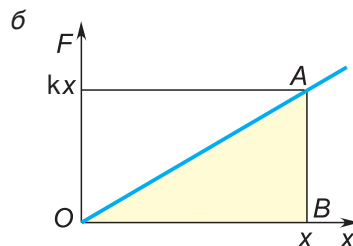
Роўнасць (3) выконваецца і для работы па сцісканні sprужыны.



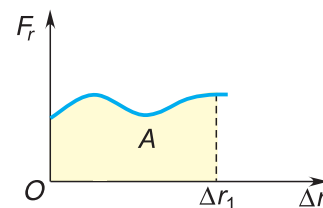
Мал. 245



Мал. 246



Мал. 243



Мал. 244

▼ Для дапытлівых

Работа сілы залежыць ад выбару сістэмы адліку. Разгледзім прыклад. Вы знаходзіцеся ў кабіне ліфта, які рухаецца. Ці выконвае работу сіла цяжару, якая дзейнічае на вас? Так, калі вызначаць работу гэтай сілы ў сістэме адліку, звязанай з Зямлёй. Не, калі сістэмай адліку з'яўляецца ліфт. Дакажыце гэта самастойна.

Хуткасць выканання работы характарызуе *магутнасць*. Магутнасцю называюць фізічную велічыню, роўную адносіне работы да прамежку часу, за які работа выканана:

$$P = \frac{A}{\Delta t}. \quad (4)$$

Магутнасць лікава роўна рабоце, выкананай за адзінку часу. Адзінкай магутнасці ў СІ з'яўляецца *1 ват* (1 Вт) — магутнасць, пры якой работа 1 джоўль выконваецца за 1 секунду. Шырока выкарыстоўваюцца кратныя адзінкі магутнасці: кілават (1 кВт = $1 \cdot 10^3$ Вт), мегават (1 МВт = $1 \cdot 10^6$ Вт). Магутнасць аўтамабільных рухавікоў да гэтага часу пазначаюць у конскіх сілах (к. с.). 1 к. с. ≈ 736 Вт.

Згодна з формулай (4) работа: $A = P\Delta t$. Таму ў якасці адзінкі работы часта выкарыстоўваюць *1 кілават-гадзіну* (1 кВт · г), роўную 3 600 000 Дж.

Менавіта за ўжытую колькасць кілават-гадзін (а не кілават!) электраэнергіі мы плацім кожны месяц.

Устанавім сувязь паміж магутнасцю P і скорасцю руху цела v . З формул $A = F\Delta r \cos\alpha$ і $P = \frac{A}{\Delta t}$ вынікае формула для вызначэння



магутнасці: $P = \frac{F\Delta r \cos\alpha}{\Delta t}$. Улічыўшы, што $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$, атрымаем:

$$P = Fv \cos\alpha. \quad (5)$$

Роўнасць (5) паказвае, што пры адной і той жа магутнасці рухавіка можна:

- або рухацца з вялікай скорасцю пры параўнальна малой сіле супраціўлення руху (мал. 247, а);
- або пераадолюваць вялікую сілу супраціўлення, рухаючыся з невялікай скорасцю (мал. 247, б).



Гэтым карыстаюцца вадзіцелі цяжкагрузаных машын. Пры пад'ёме ўгору яны памяншаюць скорасць руху машыны, каб павялічыць сілу цягі рухавіка.

Мал. 247

Галоўныя вывады

1. Работа сілы роўна здабытку модуляў сілы і перамяшчэння на косінус вугла паміж імі.
2. Калі вугал паміж сілай і перамяшчэннем востры, то работа сілы дадатная, калі тупы — адмоўная.
3. Сілы, перпендыкулярныя перамяшчэнню цела, работу не выконваюць.
4. Магутнасць лікава роўна рабоце, якая выконваецца за адзінку часу.
5. Магутнасць прапарцыянальна здабытку дзеючай сілы і скорасці руху цела.

? Кантрольныя пытанні

1. Дадатнай ці адмоўнай будзе работа сілы цяжару, што дзейнічае на цела, якое рухаецца ўверх? Якое падае ўніз? Чаму?
2. Дадатнай ці адмоўнай будзе работа сілы супраціўлення паветра пры руху мяча ўверх? Пры яго руху ўніз? Чаму?
3. Чаму роўна сумарная работа, выкананая сілай цяжару, якая дзейнічае на кінуты ўгору мяч, пры яго руху з пункта кідання ў верхні пункт і назад?
4. Ці выконвае работу нармальная складальная сілы рэакцыі паверхні, якая дзейнічае на цела, што рухаецца па гэтай паверхні? Чаму?
5. Ці можна пры зададзенай магутнасці выйграць і ў сіле, і ў скорасці адначасова?



Прыклады рашэння задач

1. З калодзежа глыбінёй $l = 12$ м раўнамерна падымаюць вядро вады масай $m_1 = 10$ кг з дапамогай каната, кожны метр якога мае масу $m_0 = 0,20$ кг. Вызначыце выкананую пры гэтым работу. Прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$m_1 = 10 \text{ кг}$$

$$l = 12 \text{ м}$$

$$m_0 = 0,20 \text{ кг}$$

$$l_0 = 1,0 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$A = ?$

Рашэнне

Улічым, што пры пад'ёме вядра розныя пункты каната праходзяць розныя шляхі (ад $s = 0$ для верхняга пункта каната да $s = l$ для яго ніжняга пункта). Тады работа супраць сіл цяжару, якія дзейнічаюць на вядро і канат:

$$A = m_1 gl + m_2 g \langle s \rangle,$$

дзе $m_2 = m_0 \frac{l}{l_0}$ — маса каната, $\langle s \rangle = \frac{l}{2}$ — сярэдняе значэнне шляху для пунктаў каната.

$$\text{Адсюль } A = \left(m_1 + \frac{m_0 l}{2l_0} \right) gl.$$

$$A = \left(10 \text{ кг} + \frac{0,20 \text{ кг} \cdot 12 \text{ м}}{2 \cdot 1,0 \text{ м}} \right) \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 12 \text{ м} = 1344 \text{ Дж} = 1,3 \text{ кДж}.$$

$$\text{Адказ: } A = 1,3 \text{ кДж}.$$

2. Аўтамабіль масай $m = 2,0 \text{ т}$, які развівае магутнасць $P = 40 \text{ к. с.}$, падываецца на гару з пастаяннай скорасцю, модуль якой $v = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце вугал нахілу гары да гарызонту. Сілы супраціўлення руху не ўлічваць. Прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$m = 2,0 \text{ т} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$P = 40 \text{ к. с.} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ Вт}$$

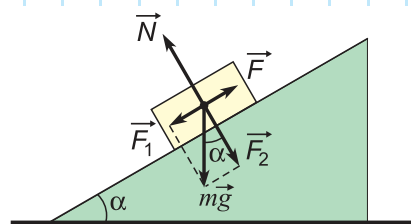
$$v = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$\alpha = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 248).



Мал. 248

Магутнасць рухавіка $P = Fv$. Модуль сілы F (мал. 248), якая рухае аўтамабіль, роўны модулю складальнай сілы цяжару: $F_1 = mg \sin \alpha$. Тады магутнасць $P = mgv \sin \alpha$.

$$\text{Адсюль } \sin \alpha = \frac{P}{mgv} = \frac{2,9 \cdot 10^4 \text{ Вт}}{2,0 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 0,5; \alpha = 30^\circ.$$

$$\text{Адказ: } \alpha = 30^\circ.$$

Практыкаванне 26

1. Якая мінімальная работа неабходна для пад'ёму штангі масай $m = 200 \text{ кг}$ на вышыню $h = 2,00 \text{ м}$? Чаму роўна работа сілы цяжару, якая дзейнічала пры гэтым на штангу? Паскарэнне свабоднага падзення ў гэтай і наступных задачах прыняць роўным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

2. Вызначыце сілу, з якой хлопчык перамясціў цялежку па прамалінейным участку шляху $s = 20,0 \text{ м}$. Сіла пастаянная і накіравана пад вуглом $\alpha = 30^\circ$ да гарызонту. Работа, выкананая сілай, роўна $A = 1,73 \text{ кДж}$.

3. Шарык масай $m = 300$ г скаціўся па нахіленым жолабе даўжынёй $l = 1,6$ м з верхняга пункта жолаба. Пры гэтым сіла цяжару выканала работу $A = 2,4$ Дж. Вызначыце вугал нахілу жолаба да гарызонту.

4. Якую мінімальную работу неабходна выканаць, каб расцягнуць спружыну дынамометра на $x = 10$ см, калі паказанні дынамометра пры такой дэфармацыі спружыны роўны $F = 4$ Н?

5. Каб расцягнуць спружыну дынамометра на $x = 2$ см, неабходна выканаць работу $A_1 = 5$ Дж. Якую работу трэба выканаць, каб расцягнуць гэту спружыну яшчэ на $\Delta x = 2$ см?

6. Цягнік, што рухаецца са скорасцю, модуль якой $v = 20,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, пачынае тармазіць. Сіла тармажэння пастаянная, яе модуль $F = 500$ кН. Да поўнага спынення цягнік праходзіць шлях $s = 400$ м. Вызначыце масу цягніка і работу сілы тармажэння.

7. Шафу масай $m = 100$ кг неабходна перасунуць на адлегласць $l = 3,0$ м. Каэфіцыент трэння слізгання шафы па падлозе $\mu = 0,20$. Вызначыце мінімальную работу, якую пры гэтым неабходна выканаць.

8. Чаму вадзіцелі грузаных аўтамабіляў пераадольваюць крутыя пад'ёмы на малой скорасці?

9. Паддон з цэглай масай $m = 800$ кг раўнамерна падымаюць кранам на дзвяты паверх дома, што будуюцца. Вышыня аднаго паверха $h_0 = 3,5$ м. Модуль скорасці пад'ёму $v = 0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце работу, якую выконваюць сілы нацяжэння троса крана пры пад'ёме гэтага паддона. Якая пры гэтым развіваецца магутнасць?

10. Вызначыце работу сілы цягі рухавіка ліфта, які падымае кабінку масай $m = 400$ кг на вышыню $h = 15$ м з паскарэннем, накіраваным вертыкальна ўверх. Модуль паскарэння $a = 0,60 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Якую магутнасць развівае гэта сіла ў канцы пад'ёму?

11. Ці заўсёды сіла, якая дзейнічае на цела, што рухаецца, выконвае механічную работу?



§ 34.

Патэнцыяльная энергія

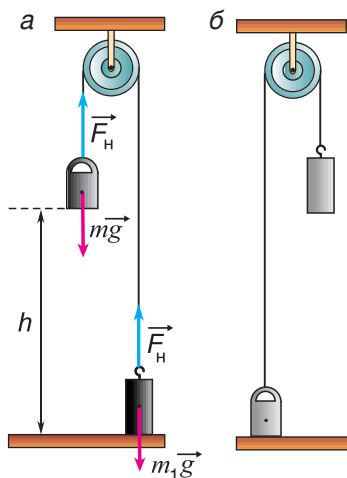
Вы ўжо ведаеце, што і для пад'ёму цела на некаторую вышыню, і для яго дэфармацыі неабходна выканаць работу. А якая фізічная велічыня характарызуе здольнасць цел выконваць работу?

Атрымаем адказ, правёўшы дослед. З дапамогай ніткі і блока злучым гіру масай m з цыліндрам крыху меншай масы $m_1 \approx m$ (мал. 249, а). Гіра апусціцца на ўзровень стала, а цыліндр падыецца на вышыню h (мал. 249, б). За кошт чаго выконвалася работа па пад'ёме цыліндра? За кошт работы сілы цяжару $m\vec{g}$, з якой Зямля прыцягвае гіру. Значыць, здольнасць выконваць работу набыла не сама гіра, а сістэма цел, якія ўзаемадзейнічаюць, «гіра + Зямля». Мерай гэтай здольнасці з'яўляецца фізічная велічыня, якая называецца *патэнцыяльнай энергіяй*.

Патэнцыяльная энергія — гэта мера здольнасці сіл узаемадзеяння механічнай сістэмы выконваць работу. Абазначым патэнцыяльную энергію сімвалам $E_{\text{п}}$. Яна вымяраецца ў тых жа адзінках, што і работа (у СІ — у *джоўлях*). У далейшым мы будзем гаварыць аб патэнцыяльнай энергіі цела, разумеючы, што размова ідзе аб патэнцыяльнай энергіі сістэмы цел, якія ўзаемадзейнічаюць.

Як вызначыць патэнцыяльную энергію цела?

1. Трэба, перш за ўсё, вызначыць нулявы ўзровень, г. зн. стан, у якім патэнцыяльная энергія цела роўна нулю. Напрыклад, можна прыняць, што патэнцыяльная энергія гіры роўна нулю, калі гіра знаходзіцца на паверхні стала, $h = 0$ (мал. 249).



Мал. 249

2. Затым трэба знайсці работу A , якую выконваюць сілы ўзаемадзеяння сістэмы «гіра + Зямля» пры пераходзе цела з дадзенага стану ў нулявы (у нашым доследзе — пры перамяшчэнні гіры з вышыні h на паверхню стала). Гэта работа і вызначае патэнцыяльную энергію цела:

$$E_{\text{п}} = A. \quad (1)$$

У нашым доследзе работу A выконвала сіла цяжару $m\vec{g}$. Пры перамяшчэнні гіры з вышыні h на нулявы ўзровень работа $A = mgh$. Значыць, патэнцыяльная энергія гіры

$$E_{\text{п}} = mgh. \quad (2)$$

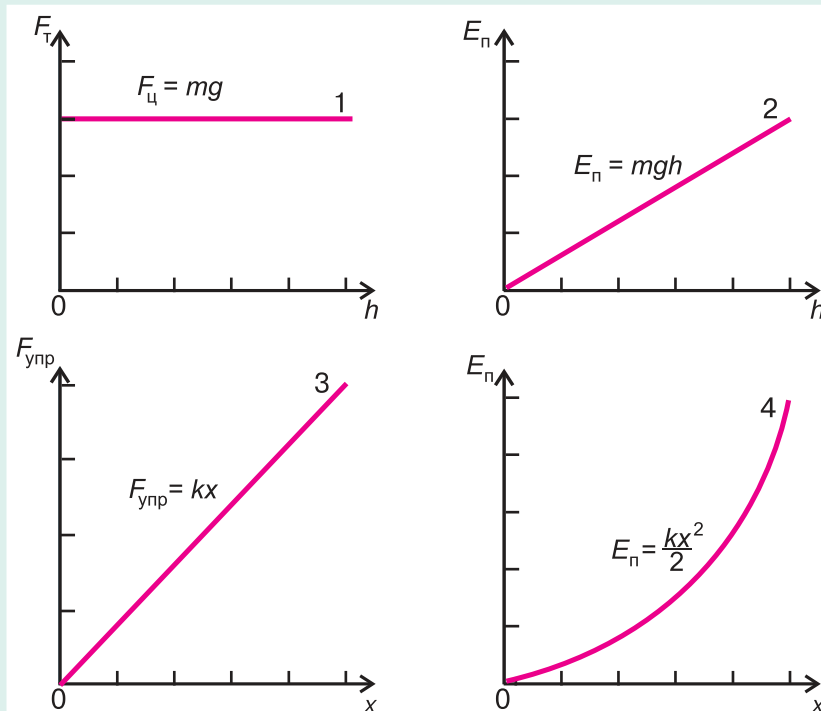
Супадзенне выразу mgh з формулай работы па пад'ёме цела (гл. § 33) невыпадковае. Якая работа неабходна для пад'ёму цела (мал. 249, а), такую работу выканае сіла цяжару пры вяртанні гэтага цела назад (мал. 249, б). Вызначым цяпер патэнцыяльную энергію пругка дэфармаванай спружыны. Вам вядома (§ 33), што работа, неабходная для дэфармацыі спружыны, $A = \frac{kx^2}{2}$. Значыць, патэнцыяльная энергія пругка дэфармаванай спружыны:

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}. \quad (3)$$

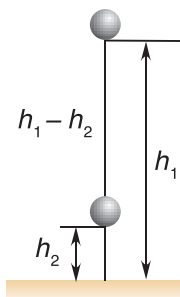
Формула (3) вызначае патэнцыяльную энергію любога пругкага цела пры дэфармацыях сціскання і расцяжэння.

▼ Для дапытлівых

Формулы $E_{\text{п}} = mgh$ і $E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$ адрозніваюцца адна ад адной, хоць абедзве апісваюць адну і тую ж фізічную велічыню — патэнцыяльную энергію. Прычына адрознення гэтых формул у тым, што модуль сілы цяжару $F_{\text{ц}} = mg$ пастаянны (графік 1 на малюнку 250), а модуль сілы пругкасці $F_{\text{пр}} = kx$ змяняецца ў працэсе дэфармавання (графік 3). Таму адрозніваюцца і графікі патэнцыяльных энергій: нахіленая прамая 2 і ўчастак парабалы 4 на малюнку 250.



Мал. 250



Мал. 251

Разгледзім яшчэ дзве ўласцівасці патэнцыяльнай энергіі.

1. Змяненне патэнцыяльнай энергіі і работа сілы ўзаемадзеяння маюць процілеглыя знакі.

Напрыклад, пры руху цела масай m уніз з вышыні h_1 да вышыні h_2 (мал. 251) работа сілы цяжару $A = mg(h_1 - h_2) > 0$. Змяненне ж патэнцыяльнай энергіі $\Delta E_{\text{п}} = E_2 - E_1 = mg(h_2 - h_1) < 0$, г. зн.

$$\Delta E_{\text{п}} = -A. \quad (4)$$

Гэта роўнасць справядлівая для ўсіх відаў патэнцыяльнай энергіі.

2. Нулявы ўзровень патэнцыяльнай энергіі можна выбраць адвольна. Значэнне патэнцыяльнай энергіі залежыць ад выбару нулявога ўзроўню. Напрыклад (гл. мал. 249), калі за нулявы ўзровень прыняць узровень падлогі, а не паверхні стала, то пры вышыні стала, роўнай H , патэнцыяльная энергія гіры павялічыцца на mgH . Аднак змяненне патэнцыяльнай энергіі $\Delta E_{\text{п}}$ (формула (4)) ад выбару нулявога ўзроўню не залежыць (дакажыце гэта самастойна). У кожным канкрэтным выпадку нулявы ўзровень выбіраюць так, каб рашаць задачу было прасцей.

■ Галоўныя вывады

1. Патэнцыяльная энергія характарызуе здольнасць цела выконваць работу.
2. Патэнцыяльная энергія роўна рабоце сілы ўзаемадзеяння, выконваемай пры пераходзе цела з дадзенага стану на нулявы ўзровень.
3. Змяненне патэнцыяльнай энергіі роўна рабоце сілы ўзаемадзеяння, узятай з процілеглым знакам.

? Кантрольныя пытанні

1. У якіх выпадках цела мае патэнцыяльную энергію?
2. Як вызначыць патэнцыяльную энергію любога цела? Ад чаго яна залежыць?
3. Чаму роўна патэнцыяльная энергія цела ў сістэме «цела + Зямля»?
4. Чаму роўна патэнцыяльная энергія пругка дэфармаванага цела?



Прыклад рашэння задачы

Недэфармаваную спружыну жорсткасцю $k = 200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ расцягнулі ад пачатковай даўжыні $l_0 = 16$ см да даўжыні $l = 20$ см. Вызначыце работу знешняй сілы па расцяжэнні спружыны, работу сілы пругкасці і змяненне патэнцыяльнай энергіі спружыны.

Дадзена:

$$l_0 = 16 \text{ см} = 0,16 \text{ м}$$

$$l = 20 \text{ см} = 0,20 \text{ м}$$

$$k = 200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

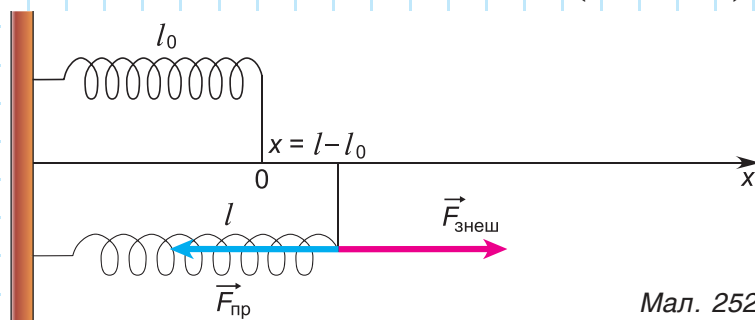
$$A_{\text{знеш}} = ?$$

$$A_{\text{пр}} = ?$$

$$\Delta E_{\text{п}} = ?$$

Рашэнне

Выканаем малюнак да задачы (мал. 252).



Работа знешняй сілы: $A_{\text{знеш}} = \frac{kx^2}{2}$. З малюнка вынікае: $x = l - l_0$.
Тады

$$A_{\text{знеш}} = \frac{k(l - l_0)^2}{2} = \frac{200 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 16,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{2} = 0,16 \text{ Дж.}$$

Работа сілы пругкасці: $A_{\text{пр}} = -A_{\text{знеш}} = -0,16 \text{ Дж.}$

Змяненне патэнцыяльнай энергіі: $\Delta E_{\text{п}} = A_{\text{знеш}} = 0,16 \text{ Дж.}$

Работа знешняй сілы пайшла на павелічэнне патэнцыяльнай энергіі sprужыны.

Адказ: $A_{\text{знеш}} = 0,16 \text{ Дж}; A_{\text{пр}} = -0,16 \text{ Дж}; \Delta E_{\text{п}} = 0,16 \text{ Дж.}$

Практыкаванне 27

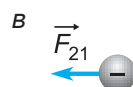
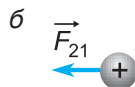
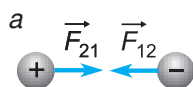
1. У выніку расцяжэння sprужыны на $\Delta l = 8,0 \text{ см}$ яна набыла патэнцыяльную энергію $E_{\text{п}} = 0,32 \text{ Дж}$. Вызначыце жорсткасць sprужыны.

2. Недэфармаваная sprужына жорсткасцю $k = 200 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ пад дзеяннем знешняй сілы падоўжылася на $\Delta l_1 = 3,0 \text{ см}$. Вызначыце работу, якую павінна выканаць знешняя сіла, каб зрабіць sprужыну даўжэйшай яшчэ на $\Delta l_2 = 2,0 \text{ см}$. Параўнайце гэту работу з работай сіл пругкасці sprужыны і са змяненнем яе патэнцыяльнай энергіі.

3. Вызначыце масу каменя, пры павольным пад'ёме якога з ямы глыбінёй $h = 2,0 \text{ м}$ на паверхню выканана работа $A = 100 \text{ Дж}$. Паскарэнне свабоднага падзення прыняць роўным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



4. Як трэба змяніць адлегласць паміж электрычна зараджанымі шарыкамі (паменшыць або павялічыць яе), каб патэнцыяльная энергія сістэмы ўзрасла? Адкажыце на гэта пытанне для кожнай сістэмы (мал. 253, а, б, в).



Мал. 253



§ 35.

Кінетычная энергія. Поўная энергія сістэмы цел

З 7-га класа вы ведаеце, што, акрамя патэнцыяльнай энергіі, існуе і кінетычная. Яна залежыць ад масы і скорасці руху цела. А як яна звязана з работай?



Мал. 254

Звернемся да прыкладаў. Малатком забіваюць у дошку цвік (мал. 254, а). Вагон, які рухаецца, сутыкаецца з вагонам у стане спакою і сціскае буферныя sprужыны.

Сілы, якія дзейнічаюць з боку цел, што рухаюцца (малатка, вагона), выконваюць работу. Значыць, целы, якія рухаюцца, валодаюць здольнасцю выконваць работу. Колькаснай мерай гэтай здольнасці з'яўляецца **кінетычная энергія** (абазначаецца сімвалам E_k).

А як цела набывае кінетычную энергію? У выніку работы, выкананай над ім. Напрыклад, пры кіданні молата або кап'я (мал. 254, б) работу выконвае мускульная сіла спартсмена. Чым большая работа, тым мацней цела разгоніцца і тым большую кінетычную энергію набудзе.

Кінетычную энергію вызначаюць як велічыню, роўную рабоце, якую неабходна выканаць, каб разгнаць цела са стану спакою да дадзенай скорасці:

$$E_k = A. \quad (1)$$

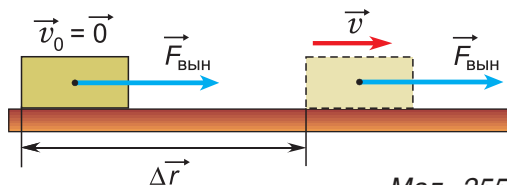
Знойдзем гэту работу. Няхай цела масай m разганяецца са стану спакою да скорасці $\vec{v}$ пад дзеяннем сіл, выніковая якіх $\vec{F}_{\text{вын}}$ пастаянная (мал. 255). Цела будзе рухацца роўнапаскорана, а работа па разгоне цела будзе роўна:

$$A = F_{\text{вын}} \Delta r, \quad (2)$$

дзе Δr — модуль перамяшчэння цела. Пры роўнапаскораным руху без пачатковай скорасці (§ 12) квадрат скорасці цела: $v^2 = 2a\Delta r$, па другім законе Ньютана $a = \frac{F_{\text{вын}}}{m}$. Тады $v^2 = 2\frac{F_{\text{вын}}}{m}\Delta r$, адкуль $F_{\text{вын}}\Delta r = \frac{mv^2}{2}$.

Паколькі $F_{\text{вын}}\Delta r = A = E_k$, кінетычная энергія цела:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$



Мал. 255

Кінетычная энергія — велічыня скалярная. Яна залежыць ад модуля скорасці, але не залежыць ад яе напрамку. Вымяраецца ў тых жа адзінках, што і работа (у СІ — у джоўлях).

А калі пачатковая скорасць руху цела $\vec{v}_0 \neq \vec{0}$? Тады $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$, дзе $a = \frac{F_{\text{вын}}}{m}$. Нескладана атрымаць:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A. \quad (4)$$

Работа пайшла на змяненне кінетычнай энергіі цела.

Формула (4) выражае *тэарэму аб змяненні кінетычнай энергіі*.

Змяненне кінетычнай энергіі цела роўна рабоце выніковай усіх сіл, прыкладзеных да яго.

Паколькі скорасць руху адносна, то кінетычная энергія таксама адносна. Напрыклад, кінетычная энергія пасажыра, што сядзіць у вагоне цягніка, які рухаецца, роўна нулю адносна вагона і ад-
розніваецца ад нуля адносна платформы.

А што такое поўная энергія? Чаму яна роўна?

Разгледзім прыклад. Няхай мяч масай m , які падае, у некаторы момант часу знаходзіцца на вышыні h і мае скорасць $\vec{v}$ (мал. 256).

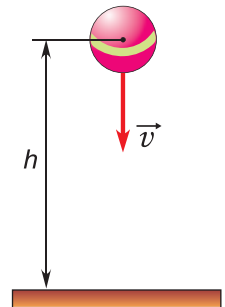
Знойдзем суму кінетычнай і патэнцыяльнай энергіі мяча. Гэту суму называюць механічнай энергіяй цела:

$$E_{\text{мех}} = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + mgh. \quad (5)$$

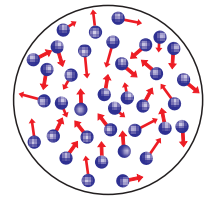
Ці знойдзена поўная энергія? Не.

Як вы ўжо ведаеце, усе целы складаюцца з мікрачасціц — атамаў, малекул і інш. Гэтыя часціцы ўдзельнічаюць у хаатычным цеплавым руху (мал. 257) і ўзаемадзейнічаюць (прыцягваюць і адштурхваюць адна адну). Сума кінетычнай энергіі цеплавога руху мікрачасціц і патэнцыяльнай энергіі іх узаемадзейнення называецца *ўнутранай энергіяй цела* $E_{\text{унутр}}$. Значыць, поўная энергія E цела роўна:

$$E = E_{\text{мех}} + E_{\text{унутр}}. \quad (6)$$



Мал. 256



Мал. 257

Галоўныя вывады

1. Кінетычная энергія цела прама прапарцыянальна яго масе і квадрату скорасці яго руху.
2. Значэнне кінетычнай энергіі залежыць ад выбару сістэмы адліку.
3. Змяненне кінетычнай энергіі роўна рабоце выніковай усіх сіл, прыкладзеных да цела.
4. Механічная энергія цела ёсць сума яго кінетычнай і патэнцыяльнай энергіі.
5. Поўная энергія цела складаецца з яго механічнай і ўнутранай энергіі.

Кантрольныя пытанні

1. У якім выпадку цела валодае кінетычнай энергіяй?
2. Скалярнай ці вектарнай велічынёй з'яўляецца кінетычная энергія?
3. Чаму роўна змяненне кінетычнай энергіі цела?
4. У якім выпадку кінетычная энергія цела павялічваецца? Памяншаецца? Не змяняецца?
5. Ці залежыць кінетычная энергія ад выбару сістэмы адліку?
6. Што такое механічная энергія сістэмы цел? Унутраная энергія? З чаго складаецца поўная энергія сістэмы?



Прыклад рашэння задачы

Камень масай $m = 0,50$ кг кінуты вертыкальна ўверх са скорасцю, модуль якой $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Якую кінетычную энергію будзе мець камень праз час $t_1 = 1,0$ с і $t_2 = 2,0$ с ад пачатку руху? Супраціўленне паветра не ўлічваць. Прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$m = 0,50 \text{ кг}$$

$$v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t_1 = 1,0 \text{ с}$$

$$t_2 = 2,0 \text{ с}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$E_{\text{к1}} = ?$$

$$E_{\text{к2}} = ?$$

Рашэнне

Знойдзем модулі скорасці каменя v_1 і v_2 пры $t_1 = 1,0$ с і $t_2 = 2,0$ с:

$$v_1 = v_0 - gt_1; \quad v_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1,0 \text{ с} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$v_2 = v_0 - gt_2; \quad v_2 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2,0 \text{ с} = 0.$$

Кінетычная энергія каменя праз час $t_1 = 1,0$ с:

$$E_{\text{к1}} = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{0,50 \text{ кг} \cdot 100 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2} = 25 \text{ Дж}.$$

$$\text{Праз } t_2 = 2,0 \text{ с: } E_{\text{к2}} = \frac{mv_2^2}{2} = 0.$$

$$\text{Адказ: } E_{\text{к1}} = 25 \text{ Дж}; E_{\text{к2}} = 0.$$

Практыкаванне 28

1. Камень масай $m = 1,5$ кг упаў у ваду. Якую кінетычную энергію меў камень у момант падзення ў ваду, калі модуль яго скорасці ў гэты момант $v = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

2. Як зменіцца кінетычная энергія трамвая, калі яго скорасць павялічыцца ў $k = 2$ разы? Паменшыцца ў $n = 3$ разы?

3. Кінуты вертыкальна ўверх металічны шарык масай $m = 200$ г вярнуўся ў пункт кідання праз час $t = 4,0$ с. Вызначыце механічную энергію шарыка праз час $t_1 = 3,0$ с ад моманту кідання. Супраціўленне паветра не ўлічваць. Прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

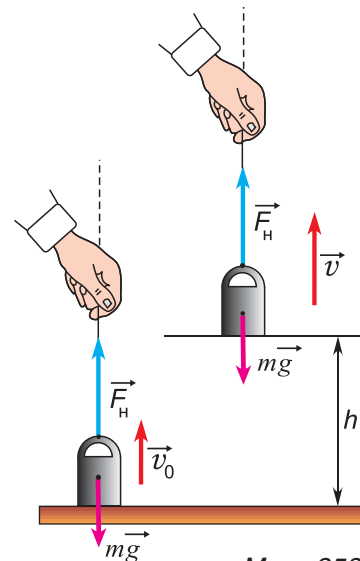


§ 36.

Закон захавання енергії

Поўная энергія сістэмы складаецца з яе механічнай энергіі і ўнутранай энергіі цел, якія ўваходзяць у сістэму. Пры якіх умовах механічная і поўная энергіі сістэмы змяняюцца? Застаюцца пастаяннымі?

Пры пад'ёме цела ўзрастае яго патэнцыяльная энергія, а пры павелічэнні скорасці — кінетычная. А ці могуць змяніцца і кінетычная, і патэнцыяльная энергія адначасова? Разгледзім прыклад. Будзем падымачь са стала гіру масай m (мал. 258) з дапамогай трывалай ніткі. Для механічнай сістэмы «гіра + Зямля» сіла нацяжэння ніткі з'яўляецца знешняй сілай: $\vec{F}_n = \vec{F}_{\text{знеш}}$. Пры $F_n > mg$ гіра не толькі падымецца на вышыню h , але і павялічыць сваю скорасць ад $\vec{v}_0$ да $\vec{v}$. Работа знешняй сілы выкліча змяненне як кінетычнай, так і патэнцыяльнай энергіі сістэмы «гіра + Зямля». Знойдзем сувязь паміж гэтымі велічынямі. Прымем за нулявы ўзровень паверхню стала.



Мал. 258

Па тэарэме аб змяненні кінетычнай энергіі

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = A, \quad (1)$$

дзе A — работа выніковай сілы $\vec{F}_{\text{вын}} = \vec{F}_n + m\vec{g}$, роўная:

$$A = (F_n - mg)h. \quad (2)$$

З роўнасцей (1) і (2) вынікае:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + mgh = F_n h, \quad (3)$$

дзе $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_k$ — змяненне кінетычнай энергіі, $mgh = \Delta E_p$ — змяненне патэнцыяльнай энергіі, а $F_n h = A_{\text{знеш}}$ — работа знешняй сілы. Значыць, у нашым прыкладзе

$$\Delta E_{\text{мех}} = A_{\text{знеш}}, \quad (4)$$

дзе $\Delta E_{\text{мех}}$ — змяненне механічнай энергіі сістэмы. Гэта роўнасць прымяняльная да любой механічнай сістэмы, у якой дзейнічаюць толькі сілы цяжару або сілы пругкасці. Знешнімі сіламі могуць быць любыя сілы, напрыклад сіла трэння, сіла супраціўлення.

Змяненне механічнай энергіі сістэмы, у якой дзейнічаюць толькі сілы цяжару або пругкасці, роўна рабоце знешніх сіл.

Калі сістэма замкнутая, г. зн. на яе не дзейнічаюць знешнія сілы, то з роўнасці (1) вынікае $\Delta E_{\text{мех}} = 0$, а значыць, $E_{\text{мех}1} = E_{\text{мех}2}$, або

$$E_{\text{мех}} = \text{const} . \quad (5)$$

Механічная энергія замкнутай сістэмы, у якой дзейнічаюць толькі сіла цяжару і сілы пругкасці, застаецца пастаяннай (захоўваецца). Гэта сцверджанне называюць *законам захавання механічнай энергіі*.

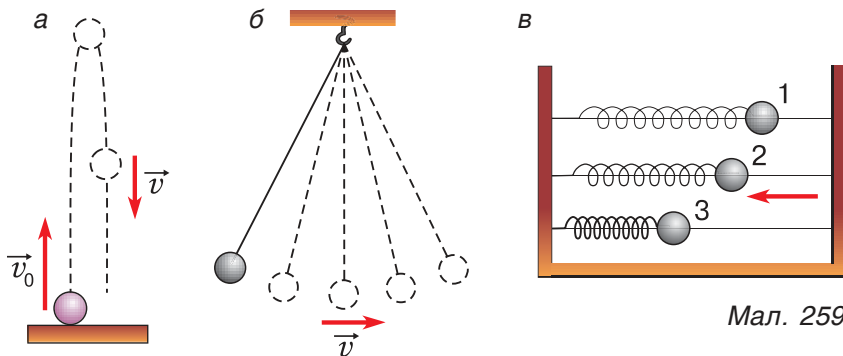
Адзначым, што захоўваецца не кінетычная і патэнцыяльная энергія асобна, а іх сума. У выніку ў замкнутай сістэме пры памяншэнні (павелічэнні) кінетычнай энергіі настолькі ж павялічваецца (памяншаецца) патэнцыяльная: $\Delta E_{\text{к}} = -\Delta E_{\text{п}}$.

Абмяркуйце, як кінетычная энергія пераходзіць у патэнцыяльную і назад пры руху цел, паказаных на малюнку 259, а, б, в.

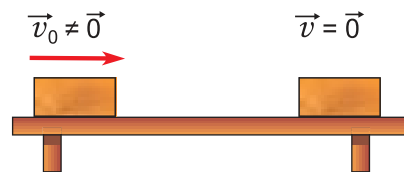
А што адбываецца, калі сістэма замкнутая, але сярод яе ўнутраных сіл ёсць сілы трэння і сілы супраціўлення? Правядзём просты дослед. Нададзім пачатковую скорасць $\vec{v}_0$ драўлянаму бруску масай m , які знаходзіцца на паверхні стала. Прайшоўшы некаторую адлегласць, брусок спыніцца з-за дзеяння сілы трэння — унутранай сілы сістэмы «брусок + стол» (мал. 260). Нягледзячы на тое што знешнія сілы (сіла цяжару) работу не выконвала, механічная энергія гэтай сістэмы паменшылася на велічыню $m \frac{v_0^2}{2}$.

З-за сіл трэння страты механічнай энергіі адбываюцца ў любым рэальным уладстве. Ваганні цел, паказаных на малюнку 259, б, в, паступова згасаюць, пры выключаным рухавіку губляе скорасць аўтамабіль і г. д.

Ці знікае пры гэтым механічная энергія бяследна? Пры руху бруска па стала адбывалася награванне бруска і стала. Толькі яно было малым, а таму непрыметным. Пры тармажэнні цягніка, аўтамабіля награвваюцца тармажныя ўстройства. Пад дзеяннем сіл супраціўлення паветра распальваюцца метэарыты. Пры трэнні аднаго аб другі награвваюцца і нават могуць плавіцца кавалкі лёду.



Мал. 259



Мал. 260

Награванне адбываецца і пры няпругкіх дэфармацыях. Сагніце і разагніце некалькі разоў металічны дрот. Вы адчуеце, што ў месцы згібу ён нагрэўся.

Што агульнае маюць гэтыя з'явы? Тое, што *дзеянне сіл трэння і супраціўлення прыводзіць да павелічэння ўнутранай энергіі цел*. Хаатычныя цеплавы рух атамаў і малекул становіцца больш хуткім — расце ўнутраная кінетычная энергія. Можна павялічыцца і ўнутраная патэнцыяльная энергія (напрыклад, пры плаўленні цел).

Увесь назапашаны дослед і спецыяльна праведзеныя эксперыменты паказваюць, што ў любой замкнутай сістэме памяншэнне механічнай энергіі дакладна роўна павелічэнню ўнутранай энергіі, а іх сума (г. зн. поўная энергія) застаецца пастаяннай:

$$E_{\text{поўн}} = \text{const} . \quad (6)$$

Поўная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца.

Так фармулюецца адзін з найважнейшых законаў прыроды — *закон захавання энергіі*.

Закон захавання энергіі не мае выключэнняў. Ён выконваецца для усіх фізічных, хімічных, біялагічных і іншых з'яў. Гэты закон выкарыстоўваецца ў самых розных галінах навукі і тэхнікі; з'яўляецца навуковай асновай найважнейшай галіны вытворчасці — энергетыкі.

Здабыча эрганосбітаў (нафты, газу, вугалю), выкарыстанне розных крыніц энергіі (вады, ветру, сонечнага выпраменьвання і г. д.), перадача энергіі на вялікія адлегласці, барацьба са стратамі энергіі (энергазберажэнне) з'яўляюцца найважнейшымі задачамі ўсёй сусветнай супольнасці.

Галоўныя вывады

1. Змяненне механічнай энергіі сістэмы, у якой дзейнічаюць сілы цяжару і пругкасці, роўна рабоце знешніх сіл.
2. Поўная энергія замкнутай сістэмы захоўваецца заўсёды, а яе механічная энергія захоўваецца толькі пры адсутнасці сіл трэння і супраціўлення.
3. Закон захавання энергіі выконваецца для ўсіх з'яў прыроды.

Кантрольныя пытанні

1. Пры якіх умовах поўная энергія сістэмы захоўваецца?
2. Пры якіх умовах захоўваецца механічная энергія сістэмы?
3. Дзеянне якіх сіл выклікае пераход механічнай энергіі ва ўнутраную?



Прыклад рашэння задачы

Мяшок цэменту масай $m = 20$ кг падымаюць вертыкальна ўверх, прыкладаючы пастаянную сілу, модуль якой $F = 0,24$ кН. Вызначыце кінетычную энергію мяшка ў момант, калі ён апынецца на вышыні $h = 2,0$ м ад пачатковага становішча. Пачатковая скорасць мяшка роўна нулю. Супраціўленне паветра не ўлічваць; модуль паскарэння свабоднага падзення прыняць $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Дадзена:

$$m = 20 \text{ кг}$$

$$F = 0,24 \text{ кН} = 240 \text{ Н}$$

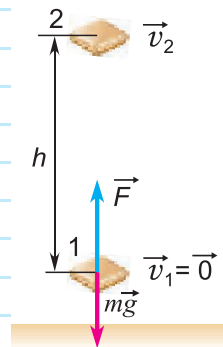
$$h = 2,0 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$E_{\text{к2}} = ?$$

Рашэнне

Сістэма «мяшок + Зямля» не з'яўляецца замкнутай. На мяшок дзейнічае знешняя сіла $\vec{F}$. Работа гэтай сілы роўна змяненню механічнай энергіі мяшка пры яго руху з пункта 1 у пункт 2 (мал. 261)



Мал. 261

$$A_{\text{знеш}} = \Delta E_{\text{мех.}}$$

Па ўмове задачы: $A_{\text{знеш}} = Fh$; $\Delta E_{\text{мех}} = \Delta E_{\text{к}} + \Delta E_{\text{п}}$, $\Delta E_{\text{к}} = E_{\text{к2}}$, $\Delta E_{\text{п}} = mgh$. Тады з роўнасці $A_{\text{знеш}} = \Delta E_{\text{мех}}$ атрымаем $Fh = E_{\text{к2}} + mgh$, адкуль $E_{\text{к2}} = (F - mg)h$; $E_{\text{к2}} = (240 \text{ Н} - 200 \text{ Н}) \cdot 2,0 \text{ м} = 80 \text{ Дж}$.

Адказ: $E_{\text{к2}} = 80 \text{ Дж}$.

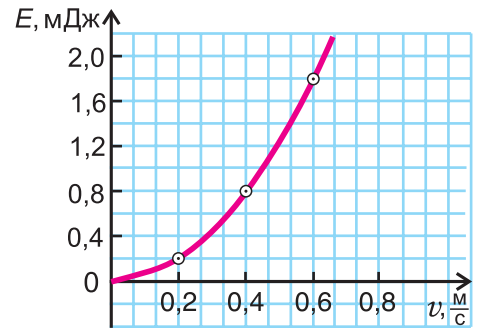
Практыкаванне 29

1. Легкавы аўтамабіль масай $m = 800$ кг рухаецца са скорасцю, модуль якой $v = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Вызначыце кінетычную энергію аўтамабіля.

2. Кінетычная энергія мяча масай $m = 0,50$ кг у момант кідання вертыкальна ўверх $E_{\text{к}} = 20$ Дж. Вызначыце модуль скорасці руху мяча ў гэты момант. На якую максімальную вышыню падыецца мяч, калі супраціўленне паветра вельмі малое? Тут і ў наступных задачах $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

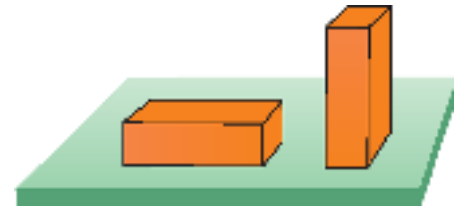
3. Аўтобус масай $m = 12$ т пачынае рухацца з пастаянным паскарэннем, модуль якога $a = 0,50 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Вызначыце кінетычную энергію аўтобуса праз час $t = 10$ с ад пачатку яго руху.

4. На малюнку 262 показаны графік залежності кінетичної енергії шарика, які рухається по сталю, ад модуля яго скорасці. Чаму роўна маса шарыка? Вызначыце работу, якую выканала выніковая ўсіх сіл, прыкладзеных да шарыка, для яго разгону ад скорасці, модуль якой $v_1 = 0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, да скорасці, модуль якой $v_2 = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.



Мал. 262

5. На колькі зменіцца патэнцыяльная энергія бруска, калі яго перавесці з гарызантальнага становішча ў вертыкальнае (мал. 263)? Маса бруска $m = 8,0 \text{ кг}$, а яго памеры $a \times b \times c = 40 \times 25 \times 10 \text{ см}$.



Мал. 263

6. Гіра вісіць на лёгкім гумавым шнуры жорсткасцю $k = 40 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Вызначыце патэн-

цыяльную энергію гумавага шнура, які пад дзеяннем гіры стаў даўжэйшы на $\Delta l_1 = 5,0 \text{ см}$. Якую работу павінна выканаць знешняя сіла, каб расцягнуць шнур яшчэ на $\Delta l_2 = 3,0 \text{ см}$?



7. Да ніжняга канца лёгкай недэфармаванай спружыны прымацавалі груз масай $m = 500 \text{ г}$ і адпусцілі. Жорсткасць спружыны $k = 40 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Вызначыце модуль максімальнай скорасці руху грузу.

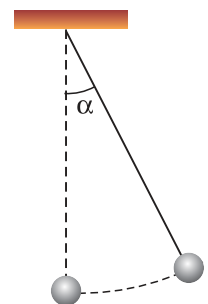
Супраціўленне руху грузу не ўлічваць.



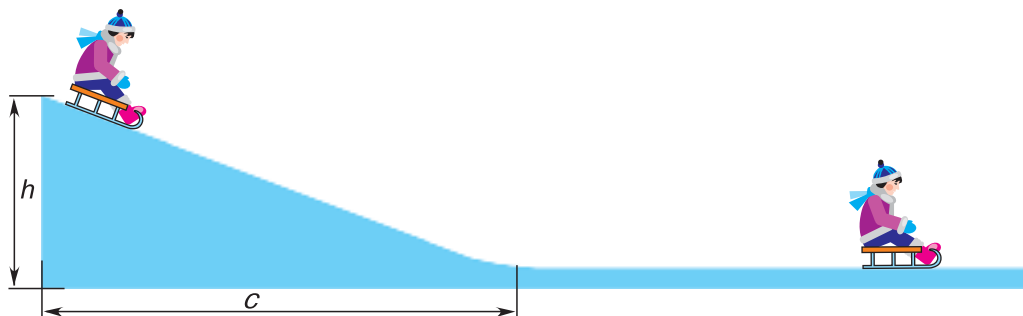
8. На лёгкай нерасцяжной нітцы падвешаны жалезны шарык. Нітку з шарыкам адхіляюць ад вертыкалі на некаторы вугал α (мал. 264) і адпускаюць. Вызначыце вугал α , калі пры праходжанні шарыкам становішча раўнавагі сіла нацяжэння ніткі будзе ў $k = 4$ разы большай за мінімальную. Супраціўленне руху шарыка не ўлічваць.



9. Шары масамі $m_1 = 6,0 \text{ кг}$, $m_2 = 2,0 \text{ кг}$ рухаліся па адной прамой насустрач адзін аднаму са скорасцямі, модулі якіх: $v_1 = 4,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $v_2 = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. У выніку ўдару скорасць другога шара змяніла свой напрамак на процілеглы, а яе модуль застаўся ранейшым. Вызначыце напрамак і модуль скорасці першага шара пасля ўдару. Знайдзіце змяненне ўнутранай энергіі сістэмы, якое адбылося ў выніку ўдару. Вызначыце сярэднюю сілу ўдару, лічачы, што яго працягласць $\Delta t = 0,02 \text{ с}$.



Мал. 264



Мал. 265

10. З вяршыні снежнай горкі вышынёй $h = 4,0$ м і даўжынёй асновы $c = 10,0$ м (мал. 265) на санках з'язджае дзіця. З'ехаўшы з горкі, санкі працягваюць рух па гарызантальным участку і спыняюцца. Каэфіцыент трэння паласоў санак аб снег $\mu = 0,12$. Вызначыце даўжыню гарызантальнага ўчастка руху.

11. Аўтамабіль масай $m = 5,0$ т, які рухаецца па гарызантальным участку дарогі, тармозіць на шляху $s = 60$ м. Якую работу выканала сіла трэння, калі каэфіцыент трэння слізгання $\mu = 0,50$? На колькі змянілася кінетычная энергія аўтамабіля?

12. У казцы Г. Х. Андэрсана Дзюймовачка плыла на лісце гарлачыка па цячэнні ракі. Як змяняліся кінетычная і патэнцыяльная энергія Дзюймовачкі?

13. Молат для забівання паляў упаў на стальную палю з вышыні $h = 5,0$ м. Маса молата $m = 600$ кг. Вызначыце кінетычную энергію молата ў момант удару па палі. Чаму была роўна сярэдняя сіла супраціўлення грунту, калі паля апусцілася ў грунт на глыбіню $l = 20$ см?



Тэмы праектных заданняў па раздзеле «Законы захавання»

1. Законы захавання ў механіцы і арэлі.
2. Рэактыўны рух у прыродзе.
3. Законы захавання і механічныя цацкі.
4. Якую работу я выконваю кожны дзень, калі апускаюся са свайго паверха і выходжу на вуліцу?
5. Чым выгадныя ветраныя рухавікі?
6. Якая рака больш высокаэнергічная: раўнінная або горная?

5

Лабараторны эксперымент



«Адзін дослед я стаўлю вышэй за тысячу
меркаванняў, народжаных толькі ўяўленнем».

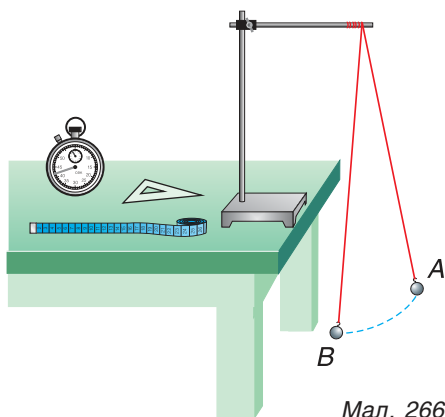
М. В. Ламаносаў





Лабораторная работа № 1

Вызначэнне абсалютнай і адноснай хібнасцей прамых вымярэнняў



Мал. 266

Мэта: навучыцца вызначаць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў і запісваць вынік вымярэнняў у інтэрвальной форме.

Абсталяванне: мерная стужка, металічны шарык на нітцы даўжынёй $l = 1$ м, секундамер, штатыў са стрыжнем, трохвугольнік (мал. 266).

Вывад разліковых формул

Прамым называецца вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні вызначаюць непасрэдна па шкале прыбора. Вынік любога вымярэння мае хібнасць. *Сістэматычная хібнасць* звязана ў асноўным з недасканаласцю вымяральнага прыбора і акругленнямі пры адліках і вылічэннях. Пры паўтарэнні вымярэнняў сістэматычная хібнасць застаецца нязменнай.

Выпадковая хібнасць — гэта хібнасць, якая ад аднаго вымярэння да другога змяняецца непрадказальна. Для вызначэння выпадковай хібнасці неабходна правесці серыю паўторных вымярэнняў.

Абсалютная хібнасць вымярэнняў прамежку часу роўна:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{сіст}} + \Delta t_{\text{вып}}. \quad (1)$$

Абсалютная сістэматычная хібнасць $\Delta t_{\text{сіст}}$ вызначаецца сумай гранічнай абсалютнай хібнасці прыбора (секундамера) $\Delta t_{\text{гр}}$ і абсалютнай хібнасці адліку $\Delta t_{\text{адл}}$:

$$\Delta t_{\text{сіст}} = \Delta t_{\text{гр}} + \Delta t_{\text{адл}}.$$

Значэнне $\Delta t_{\text{гр}}$ бяруць з табліцы 4. Абсалютная хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адл}}$ роўна палове цаны дзялення шкалы секундамера. Калі секундамер механічны, то яго стрэлка ад штрыха да штрыха рухаецца скачкамі. Яе спыненне паміж штрыхамі немагчыма. Таму абсалютная хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адл}}$ для секундамера роўна цане дзялення яго шкалы.

Максімальнае значэнне абсалютнай выпадковай хібнасці вымярэння прамежку часу

$$\Delta t_{\text{вып}}^{\text{max}} = \langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle \cdot k, \quad (2)$$

дзе $\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle$ — сярэдняе значэнне абсалютнай выпадковай хібнасці.

Каэфіцыент k залежыць ад колькасці паўторных вымярэнняў. Напрыклад, пры пяці паўторных вымярэннях $k = 3$, пры сямі $k = 2$, пры дзесяці і больш — $k = 1$.

Адносная хібнасць ε_t вызначае, якую частку ў працэнтах ад сярэдняга значэння вымяраемай велічыні (прамежку часу) складае значэнне абсалютнай хібнасці:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100 \%. \quad (3)$$

Канчатковы вынік запісваецца ў інтэрвальной форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t; \quad \varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100 \, \%.$$

Напрыклад, $t = (5,0 \pm 0,1) \text{ с}$, тады

$$\varepsilon_t = \frac{0,1}{5,0} \cdot 100 \, \% = 2 \, \%.$$

Ход работы

1. Да стрыжня штатыва прымацуюце нітку з шарыкам (мал. 266). Адвядзіце шарык у бок (пункт А) так, каб нітка ўтварыла з вертыкаллю вугал $\alpha = 30^\circ$ (вугал вызначаецца трохвугольнікам). Апусціце шарык і, адначасова націснуўшы на кнопку секундамера, вымерайце мінімальны прамежак часу, праз які шарык зноў апынецца ў пункце А.

2. Паўтарыце дослед не менш за 5 разоў.

3. Вылічыце сярэдняе значэнне прамежку часу:

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}.$$

4. Вылічыце абсалютную выпадковую хібнасць пры кожным вымярэнні і сярэдняе значэнне $\Delta t_{\text{вып}}$ пры пяці вымярэннях:

$$\Delta t_{\text{вып}1} = |t_1 - \langle t \rangle|;$$

$$\Delta t_{\text{вып}2} = |t_2 - \langle t \rangle|;$$

...

$$\Delta t_{\text{вып}5} = |t_5 - \langle t \rangle|;$$

$$\langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle = \frac{\Delta t_{\text{вып}1} + \Delta t_{\text{вып}2} + \dots + \Delta t_{\text{вып}5}}{5}.$$

5. Вызначыце максімальнае значэнне выпадковай хібнасці:

$$\Delta t_{\text{вып}}^{\text{max}} = 3 \langle \Delta t_{\text{вып}} \rangle.$$

6. Вызначыце абсалютную сістэматычную хібнасць:

$$\Delta t_{\text{сіст}} = \Delta t_{\text{гр}} + \Delta t_{\text{адл}}.$$

Гранічную абсалютную хібнасць $\Delta t_{\text{гр}}$ секундамера знайдзіце ў табліцы 4. Абсалютную хібнасць адліку $\Delta t_{\text{адл}}$ вызначыце як цану дзялення механічнага секундамера.

7. Вылічыце абсалютную Δt хібнасць прамога вымярэння прамежку часу:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{вып}}^{\text{max}} + \Delta t_{\text{сіст}}.$$

8. Вылічыце адносную хібнасць ε_t вымярэння:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100 \, \%.$$

9. Запішыце канчатковы вынік у інтэрвальной форме:

$$t = \langle t \rangle \pm \Delta t;$$

$$\varepsilon_t = \dots \, \%.$$

Кантрольныя пытанні

1. Чаму нельга абсалютна дакладна вымераць прыборам фізічную велічыню?
2. Ці будзе такой жа адносна хібнасць вымярэння прамежку часу, калі нітку з шарыкам адвесці на вугал 45° ? Чаму?
3. Калі пры трох і больш паўторных вымярэннях дадзеным прыборам атрыманы аднолькавыя значэнні фізічнай велічыні, то чаму роўны абсалютныя выпадковая і сістэматычная хібнасці? Адносна хібнасць?

Табліца 4. Гранічныя абсалютныя хібнасці некаторых мер і прыбораў

Прыборы і меры	Значэнне меры, дыяпазон вымярэнняў	Гранічная абсалютная хібнасць
Лінейкі: драўляныя	400, 500, 750 мм	5 мм
пластмасавыя	200, 250, 300 мм	1 мм
Мерная стужка	150,0 см	0,3 см
Гіры для тэхнічных аналізаў	10—100 мг 200 мг 500 мг 1 г 2 г 5 г 10 г 20 г 50 г 100 г	1 мг 2 мг 3 мг 4 мг 6 мг 8 мг 12 мг 20 мг 30 мг 40 мг
Секундамеры механічныя	30—60 с (адзін абарот)	1,5 цаны дзялення шкалы за адзін абарот секунднай стрэлкі
Секундамеры электрычныя	30 с	0,5 цаны дзялення шкалы за адзін абарот секунднай стрэлкі
Секундамеры электронныя	30 с	0,5 цаны дзялення

**Лабараторная работа № 2****Вымярэнне паскарэння пры роўнапаскораным руху цела**

Мэта: вымераць модуль паскарэння шарыка, які рухаецца па нахіленым жолабе, і вызначыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў шляху і часу руху шарыка.

Абсталяванне: металічны жолаб, штатыў, стальны шарык, цыліндрычны ўпор, секундамер, мерная стужка (лінейка).

Праверце сябе

1. Што такое паскарэнне?
2. У якіх адзінках у СІ вымяраецца паскарэнне?

Вывад разліковых формул

Паколькі рух шарыка па нахіленым жолабе з'яўляецца роўнапаскораным з пачатковай скорасцю $v_0 = 0$, то пройдзены за час t шлях будзе вызначацца па формуле

$$s = \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Вымераўшы пройдзены шарыкам шлях s і час t , можна вылічыць модуль паскарэння $a = \frac{2s}{t^2}$. Шлях s роўны даўжыні жолаба l . Тады

$$a = \frac{2l}{t^2}. \quad (2)$$

Ход работы

1. Замацуйце жолаб (мал. 267) у штатыве пад невялікім вуглом ($5\text{—}10^\circ$) да гарызонту. У канцы жолаба пакладзіце цыліндрычны ўпор.
2. Адпусціце шарык з верхняга пункта жолаба і па секундамеры вызначыце час ад пачатку руху да моманту ўдару шарыка з упорам.
3. Паўтарыце дослед пяць разоў, вымяраючы кожны раз час руху шарыка.
4. Вымерайце мернай стужкай даўжыню l жолаба ад пачатку руху (пункта А) да цыліндрычнага ўпору (пункта В) не менш за тры разы.
5. Знайдзіце сярэднія значэнні $\langle l \rangle$, $\langle t \rangle$.
6. Вылічыце сярэдняе значэнне модуля паскарэння шарыка па формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{2\langle l \rangle}{\langle t \rangle^2}.$$

7. Разлічыце абсалютную хібнасць прамых вымярэнняў шляху l і часу t руху шарыка.

8. Знайдзіце адносную хібнасць прамых вымярэнняў шляху l і часу t па формулах:

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{\langle l \rangle} \cdot 100\%; \quad \varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\%.$$

9. Запішыце вынікі прамых вымярэнняў шляху l і часу t у інтэрвальной форме:

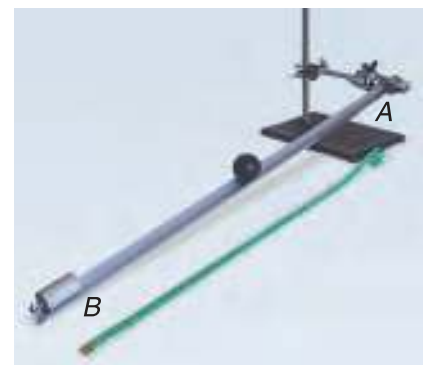
$$l = (\langle l \rangle \pm \Delta l) \text{ см}; \quad \varepsilon_l = \dots \%; \\ t = (\langle t \rangle \pm \Delta t) \text{ с}; \quad \varepsilon_t = \dots \%.$$

Кантрольныя пытанні

1. Што ўяўляе сабой модуль перамяшчэння шарыка? Як накіраваны вектар перамяшчэння?
2. Ці будуць роўнымі сярэднія скорасці руху шарыка на першай і другой паловах шляху? Чаму?

Суперзаданне

У колькі разоў адрозніваюцца прамежкі часу руху шарыка на першым і апошнім дэцыметрах шляху?



Мал. 267



Лабораторная работа № 3

Вывучэнне руху цела па акружнасці

Мэта: вымераць перыяд абарачэння, модулі цэнтраімклівага паскарэння, вуглавой і лінейнай скорасці пры руху цел па акружнасці са скорасцю, модуль якой пастаянны; разлічыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў часу руху цела.

Абсталяванне: штатыў з лапкай або кольцам, нітка, два двайныя аркушы паперы, прыклееныя адзін да аднаго (на аркушах намалювана акружнасць радыусам 10 см), металічны шарык, секундамер, лінейка.

Праверце сябе

1. Што такое вуглавая скорасць?
2. Які сэнс мае цэнтраімклівае паскарэнне?

Вывад разліковых формул

Рух цела (матэрыяльнага пункта) па акружнасці апісваецца:

а) вуглавой скорасцю, модуль якой вызначаецца як

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (1)$$

дзе T — перыяд абарачэння цела. Модулі лінейнай v і вуглавой ω скарасцей звязаны суадносінай:

$$v = \omega R; \quad (2)$$

б) цэнтраімклівым (нармальным) паскарэннем, модуль якога

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (3)$$

З улікам формул (1), (2) і (3)

$$a_n = \frac{4\pi^2 R}{T^2}. \quad (4)$$

Вымераўшы перыяд абарачэння T шарыка, можна вызначыць a_n , ω і v .

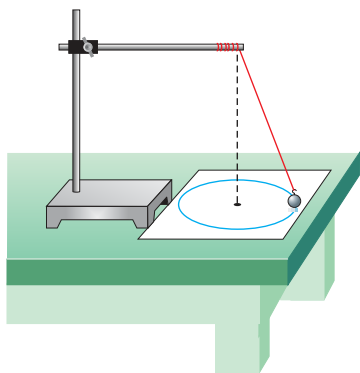
Ход работы

1. Нітку даўжынёй 40—45 см прывяжыце адным канцом да шарыка, а другім — да лапкі або кольца штатыва. Аркуш паперы пакладзіце так, каб цэнтр начэрчанай на ім акружнасці знаходзіўся пад цэнтрам шарыка (мал. 268). Узяўшы нітку паблізу ад пункта падвесу, прымусьце шарык рухацца па акружнасці. Невялікай трэніроўкай дабіцеся таго, каб ён рухаўся над акружнасцю, начэрчанай на аркушы паперы.

2. З дапамогай секундамера вызначыце час t , за які шарык выканае $N = 10$ абаротаў. Для гэтага адзін з навучэнцаў фіксуе пачатак адліку часу словам «нуль», а другі з гэтага моманту пачынае ўголос адлік абаротаў руху шарыка. Пасля выканання шарыкам 10 абаротаў адлік часу спыняецца. Дослед паўтарыце пяць разоў. Вынікі вымярэнняў запішыце ў табліцу.

Мал. 268

Разлічыце сярэдняе значэнне часу $\langle t \rangle$.



Разлічыце сярэдняе значэнне перыяду абарачэння $\langle T \rangle$ шарыка:

$$\langle T \rangle = \frac{\langle t \rangle}{N}.$$

3. Знайдзіце сярэдняе значэнне модуля паскарэння па формуле:

$$\langle a \rangle = \frac{4\pi^2 R}{\langle T \rangle^2}.$$

4. Па формулах (1) і (2) вызначыце сярэднія значэнні модуляў вуглавой і лінейнай скорасцей.

5. Аналагічна, як у лабараторнай рабоце 2, разлічыце абсалютную Δt і адносную ε_t хібнасці прамых вымярэнняў часу руху шарыка. Вынік прамых вымярэнняў часу t запішыце ў інтэрвальной форме.

Кантрольныя пытанні

1. Як змяняецца лінейная скорасць $\vec{v}$ руху шарыка па акружнасці, калі модуль скорасці $v = \text{const}$?

2. Як даказаць суадносіну $v = \omega R$?

3. Як залежыць перыяд абарачэння T шарыка ад модуля яго лінейнай скорасці?

Суперзаданне

Вызначыце паскарэнне шарыка пры яго руху па акружнасці, калі за час $t = 1$ с ён прайшоў $\frac{1}{6}$ даўжыні акружнасці маючы пастаянны модуль скорасці $v = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$.



Лабораторная работа № 4

Праверка закону Гука

Мэта: вымераць жорсткасць спружыны, праверыць для яе выкананне закону Гука; разлічыць хібнасці прамых вымярэнняў абсалютнага падаўжэння спружыны.

Абсталяванне: штатыў, дынамометр са шкалай, закрытай міліметровай паперай, набор грузаў масай $m = 100$ г кожны.

Праверце сябе

1. Што ўяўляе сабой жорсткасць спружыны?

2. У якіх адзінках у СІ вымяраецца жорсткасць?

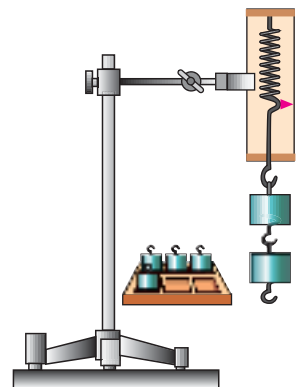
Вывад разліковых формул

Калі да спружыны (мал. 269) з пачатковай даўжынёй l_0 падвесіць груз масай m , то пад дзеяннем вагі груза спружына падаўжаецца. Яе даўжыня будзе роўна l , а абсалютнае падаўжэнне $x = l - l_0$.

На груз, які знаходзіцца ў стане спакою, дзейнічаюць дзве сілы, што кампенсуюць адна адну, — сіла цяжару $m\vec{g}$ і пругкасці $\vec{F}_{\text{пр}}$: $F_{\text{пр}} = mg$.

Паколькі па законе Гука $F_{\text{пр}} = k|x|$, то жорсткасць спружыны:

$$k = \frac{mg}{|x|}.$$



Мал. 269

Ход работы

1. Збярыце ўстаноўку згодна з малюнкам 269, закрывшы шкалу дынамометра міліметровай паперай.

2. Адзначце на паперы становішча стрэлкі-паказальніка ненагружанай спружыны рыскай з лічбай 0.

3. Падвесьце да спружыны адзін груз масай $m = 100$ г і адзначце становішча стрэлкі-паказальніка рыскай з лічбай 1. Вымерайце адлегласць паміж лічбамі 0 і 1. Гэта і ёсць абсалютнае падаўжэнне x_1 спружыны пад дзеяннем груза. Паўтарыце вымярэнні x_1 тры разы.

4. Выканайце заданне 3, падвесіўшы да спружыны па чарзе 2, 3, 4 грузы. Вымераўшы адпаведныя абсалютныя падаўжэнні спружыны x_2, x_3, x_4 , запішыце вынікі ў табліцу.

5. Выкарыстоўваючы метадад падліку лічбаў (гл. *Дадатак 1*, с. 203), разлічыце модуль сілы пругкасці спружыны $F_{\text{пр}} = mg$ пры падвешванні аднаго, двух, трох і чатырох грузаў ($g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$) і запішыце вынікі разлікаў у табліцу.

Колькасць грузаў	Маса груза m , кг	Сіла пругкасці $F_{\text{пр}}$, Н	Абсалютнае падаўжэнне $ x $, м			
			Паўторныя вымярэнні			$\langle x \rangle$
1						
2						
3						
4						

6. Для знаходжання $\langle k \rangle$ пабудуйце графік залежнасці модуля сілы пругкасці $F_{\text{пр}}$ ад сярэдняга падаўжэння $\langle x \rangle$ пры рознай колькасці грузаў.

7. Выбраўшы пункт C на графіку так, каб сіла $F_{\text{пр}C}$ і падаўжэнне x_C былі па магчымасці большымі, але не выходзілі за інтэрвалы вымярэння сілы, вызначыце сярэдняе значэнне $\langle k \rangle$:

$$\langle k \rangle = \frac{F_{\text{пр}C}}{x_C}.$$

8. Разлічыце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў абсалютнага падаўжэння спружыны x для аднаго з заданняў з любой колькасцю грузаў па метададэ цаны дзялення. Вынік прамых вымярэнняў x запішыце ў інтэрвальной форме.

Кантрольныя пытанні

1. Да чаго прыкладзены сіла пругкасці спружыны і вага груза?
2. Ці для любой колькасці грузаў будзе выконвацца прамая прапарцыянальная залежнасць сілы пругкасці $F_{\text{пр}}$ ад абсалютнага падаўжэння x ? Чаму?

Суперзаданне

Як зменіцца жорсткасць, калі даўжыню спружыны паменшыць на адну трэць?



Лабараторная работа № 5

Вымярэнне каэфіцыента трэння слізгання

Мэта: вымераць каэфіцыент трэння слізгання дрэва па дрэве; разлічыць хібнасці прамых вымярэнняў вагі бруска з грузамі.

Абсталяванне: драўляны брусок, дошка, грузы масай $m = 100$ г кожны, шта-тыў, мерная стужка (лінейка), дынамометр.

Праверце сябе

1. Калі ўзнікае сіла трэння слізгання?
2. Як накіравана сіла трэння слізгання?

Вывад разліковых формул

Калі драўляны брусок рухаецца раўнамерна па дошцы (мал. 270, а), то вектарная сума ўсіх сіл, якія дзейнічаюць на яго, роўна нулю.

На брусок дзейнічаюць сілы пругкасці спружыны дынамометра $\vec{F}_{\text{пр}}$, трэння $\vec{F}_{\text{тр}}$, цяжару $m\vec{g}$ і рэакцыі дошкі $\vec{N}$ (мал. 270, б):

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{F}_{\text{пр}} = \vec{0}. \quad (1)$$

У праекцыі на вось Ox ураўненне (1) прыме выгляд:

$$-F_{\text{тр}} + F_{\text{пр}} = 0, \text{ або } F_{\text{тр}} = F_{\text{пр}}. \quad (2)$$

Але модуль сілы трэння $F_{\text{тр}} = \mu N$, дзе μ — каэфіцыент трэння слізгання.

Модуль сілы рэакцыі апоры N можна вызначыць, знайшоўшы праекцыі ўсіх сіл ва ўраўненні (1) на вось Oy :

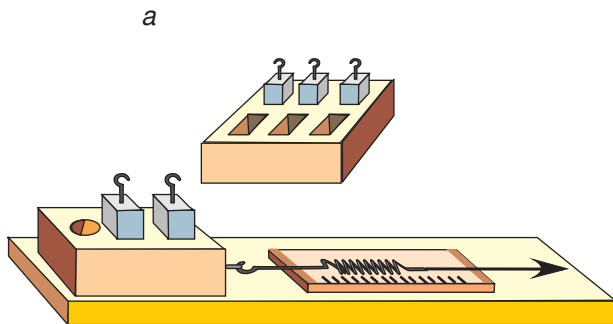
$$-mg + N = 0; \quad mg = N.$$

Тады сіла трэння $F_{\text{тр}} = \mu mg$. У выніку каэфіцыент трэння слізгання:

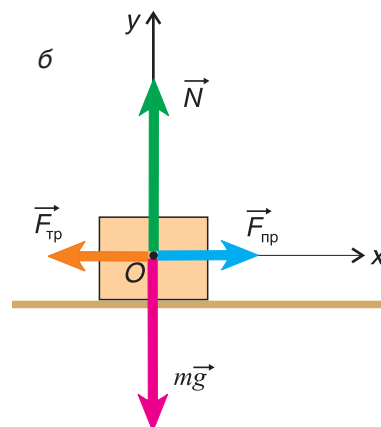
$$\mu = \frac{F_{\text{тр}}}{mg} = \frac{F_{\text{пр}}}{mg}. \quad (3)$$

Але сіла цяжару роўна вазе цела. Тады

$$\mu = \frac{F_{\text{пр}}}{P}. \quad (4)$$



Мал. 270



Ход работы

1. З дапамогай дынамометра вымерайце вагу бруска. Вымярэнні паўтарыце не менш за тры разы. Вынікі запішыце ў табліцу.

2. На брусок пакладзіце груз, прымацуйце дынамометр і раўнамерна перамяшчайце брусок па дошцы. Вымерайце сілу пругкасці $F_{\text{пр}}$ спружыны дынамометра. Дослед паўтарыце не менш за пяць разоў. Вынікі вымярэнняў запішыце ў табліцу.

3. Дослед 2 паўтарыце з двума, трыма грузамі. Даныя запішыце ў табліцу.

Колькасць грузаў	P, Н			⟨P⟩, Н	F _{тр} = F _{пр} , Н					⟨F _{тр} ⟩, Н
	Паўторныя вымярэнні				Паўторныя вымярэнні					
1										
2										
3										

4. Знайдзіце сярэднія значэнні $\langle P \rangle$ і $\langle F_{\text{тр}} \rangle$ у доследах з адным, двума і трыма грузамі.

5. Пабудуйце графік залежнасці $\langle F_{\text{тр}} \rangle$ ад $\langle P \rangle$ бруска з грузамі. Па графіку вызначыце сярэдняе значэнне каэфіцыента трэння μ (аналагічна пункту 7 лабараторнай работы 4):

$$\langle \mu \rangle = \frac{F_{\text{тр}C}}{P_C}.$$

6. Па метадазе цаны дзялення (гл. *Дадатак 1*) разлічыце абсалютную ΔP і адносную ε_P хібнасці прамых вымярэнняў вагі бруска з трыма грузамі. Запішыце канчатковы вынік прамых вымярэнняў вагі ў інтэрвальной форме.

Кантрольныя пытанні

1. Што паказвае каэфіцыент трэння слізгання?
2. Чаму каэфіцыент трэння слізгання з'яўляецца безразмернай велічынёй?
3. Ад чаго залежыць каэфіцыент трэння слізгання?

Суперзаданне

Як з дапамогай лінейкі, бруска з грузамі і нахіленай дошкі вызначыць каэфіцыент трэння слізгання дрэва па дрэве?

**Лабораторная работа № 6****Вывучэнне руху цела, кінутага гарызантальна**

Мэта: вымераць модуль пачатковай скорасці, нададзенай целу ў гарызантальным напрамку пры яго руху пад дзеяннем сілы цяжару; разлічыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту цела.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, шарык, латок, аркушы белай і капіравальнай паперы, лінейка, скотч.

Праверце сябе

1. Чаму рух цела, кінутага гарызантальна, па гарызанталі з'яўляецца раўнамерным, а па вертыкалі — не?
2. Што такое далёкасць палёту цела, кінутага гарызантальна?

Вывад разліковых формул

Цела, кінутае гарызантальна, рухаецца па галіне парабалы (мал. 271), удзельнічаючы ў двух рухах: раўнамерным па гарызанталі і роўнапаскораным з паскарэннем $\vec{g}$ па вертыкалі. Скорасць раўнамернага руху роўна $\vec{v}_0$. Яе модуль можна вызначыць, ведаючы далёкасць палёту l і час руху t :

$$v_0 = \frac{l}{t}. \quad (1)$$

Пры роўнапаскораным руху па вертыкалі $h = \frac{gt^2}{2}$, адкуль

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (2)$$

Тады, падставіўшы формулу (2) у формулу (1), атрымаем:

$$v_0 = l\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (3)$$

Ход работы

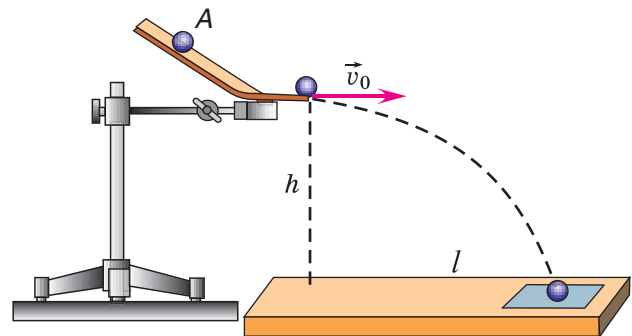
1. Замацуйце ў штатыве латок так, каб загнуты канец латка быў размешчаны гарызантальна (гл. мал. 271).

2. Адзначце крэйдай становішча на латку, адкуль будзе пускаць шарык. Выканайце спрабавальны дослед і заўважце, у які пункт стала ўпаў шарык. Пакладзіце аркуш капіравальнай паперы на аркуш белай паперы ў месцы падзення шарыка. Аркуш белай паперы спачатку зафіксуйце скотчам.

3. Пакладзіце шарык на латок там, дзе праведзена метка (становішча A), і адпусціце яго. Адзначце на белым аркушы лічбай 1 пункт прызямлення шарыка.

4. Паўтарыце дослед не менш за 5 разоў, адзначаючы кожны раз пункты прызямлення шарыка лічбамі 1, 2, 3, 4, 5. Аркуш паперы пры гэтым не павінен зрушвацца.

5. Вымерайце ва ўсіх пяці доследах вышыню падзення і далёкасць палёту шарыка.



Мал. 271

№ доследу	h , м	l , м
1		
2		
3		
4		
5		
Сярэдняе значэнне		

6. Знайдзіце сярэднія значэнні $\langle h \rangle$ і $\langle l \rangle$.

7. Вылічыце сярэдняе значэнне модуля скорасці $\langle v_0 \rangle$ па формуле:

$$\langle v_0 \rangle = \langle l \rangle \sqrt{\frac{g}{2\langle h \rangle}}, \quad g = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

8. Разлічыце абсалютную Δl і адносную ε_l хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці l палёту шарыка.

Вынік прамых вымярэнняў l запішыце ў інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Чаму траекторыя руху цела, кінутага гарызантальна, скрыўляецца?
2. Як накіраваны вектар імгненнай скорасці ў розных пунктах траекторыі руху цела, кінутага гарызантальна?
3. Ці з'яўляецца крывалінейны рух шарыка рухам з пастаянным паскарэннем? Чаму?

Суперзадание

Выкарыстаўшы вынікі работы, вызначыце канечную скорасць шарыка (у момант судакранання яго з аркушам паперы). Які вугал з паверхняй аркуша ўтварае гэта скорасць?



Лабораторная работа № 7

Праверка ўмовы раўнавагі рычага

Мэта: доследным шляхам праверыць умову раўнавагі рычага.

Абсталяванне: рычаг здымны з восью, штатыў, набор грузаў масай $m = 100$ г кожны.

Праверце сябе

1. Што такое плячо сілы?
2. Ад якіх велічынь залежыць момант сілы?

Вывад разліковых формул

Рычаг знаходзіцца ў раўнавазе тады, калі модулі сіл, якія дзейнічаюць на яго, адваротна прапарцыянальны плячам гэтых сіл (мал. 272, б):

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}.$$

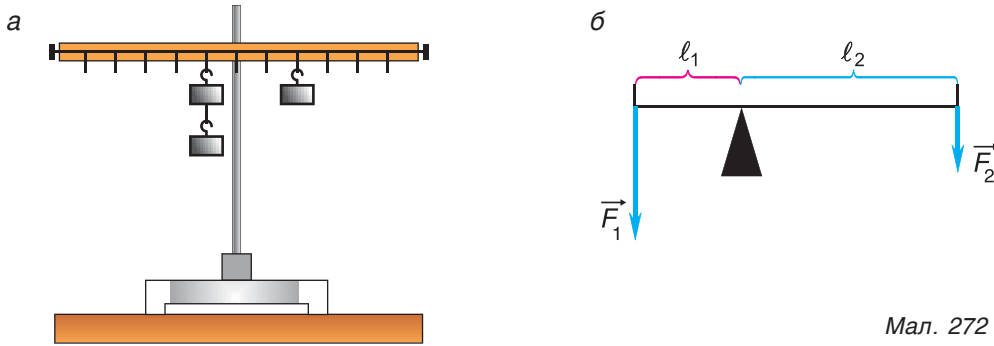
На аснове ўласцівасці прапорцыі вынікае роўнасць: $F_1 l_1 = F_2 l_2$.

Здабытак модуля сілы, якая верціць цела, і яе пляча называецца момантам сілы: $M = Fl$.

Але $M_1 = F_1 l_1$ — момант сілы, які паварочвае рычаг супраць ходу гадзіннікавай стрэлкі, $M_2 = F_2 l_2$ — момант сілы, які паварочвае рычаг па ходзе гадзіннікавай стрэлкі. Такім чынам,

$$M_1 = M_2.$$

Рычаг знаходзіцца ў раўнавазе пад дзеяннем дзвюх сіл, калі значэнне моманту сілы, якая верціць рычаг супраць ходу гадзіннікавай стрэлкі, роўна значэнню моманту сілы, якая верціць яго па ходзе гадзіннікавай стрэлкі.



Мал. 272

Ход работы

1. Замацуйце на вышыні 30—40 см рычаг-лінейку з драцянымі пяцелькамі і кручкамі (мал. 272, а). З дапамогай рэгуліровачных шрубаў размясціце рычаг гарызантальна.

2. Падвесьце на адзін з кручкоў два, а на другі — адзін груз. Перасоўваючы пяцелькі, дабіцеся гарызантальнага становішча рычага.

3. Вымерайце плячо l_1 левай сілы $\vec{F}_1$ (вагі двух грузаў) і плячо l_2 правай сілы $\vec{F}_2$ (вагі аднаго груза), вылічыце адносіну $\frac{l_2}{l_1}$, параўнайце яе з адносінай сіл $\frac{F_1}{F_2}$.

4. Вылічыце моманты сіл і параўнайце іх паміж сабой.

5. Прытрымліваючы рычаг рукой, перасуньце пяцельку з адным грузам управа прыкладна на 8—10 см. Рычаг выйдзе з раўнавагі. Перасоўваючы пяцельку з двума грузамі, дабіцеся гарызантальнага становішча рычага.

6. Вымерайце плечы l'_1 левай і l'_2 правай сіл. Вылічыце адносіну плячэй $\frac{l'_2}{l'_1}$ і параўнайце з адносінай модуляў сіл $\frac{F'_1}{F'_2}$.

7. Вылічыце моманты сіл.

8. Зрабіце вывады аб умове раўнавагі рычага.

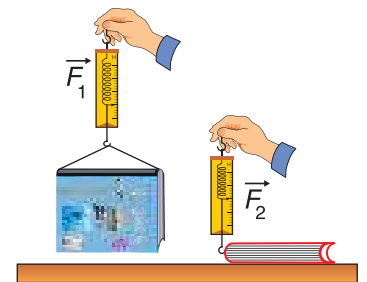
Кантрольныя пытанні

1. Ці можа рычаг знаходзіцца ў раўнавазе пад дзеяннем трох і больш сіл?

2. Ці мае значэнне ў дадзенай рабоце сіла цяжару рычага? Чаму?

Суперзаданне

Параўнайце сілу $\vec{F}_1$, неабходную для пад'ёму кнігі, з сілай $\vec{F}_2$, неабходнай для адрыву ад стала аднаго краю гэтай кнігі (мал. 273). Дайце фізічнае тлумачэнне адрознення гэтых сіл.

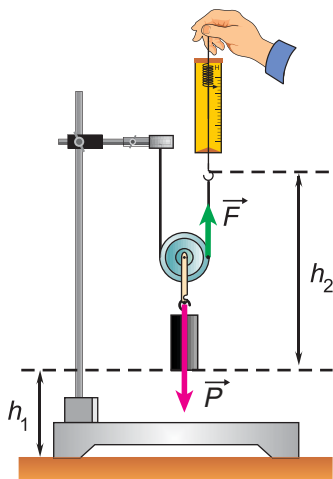


Мал. 273

**Лабараторная работа № 8****Вывучэнне нерухомага і рухомага блокаў**

Мэта: доследным шляхам праверыць умову раўнавагі блока і вымераць выйгрыш у сіле пры выкарыстанні блока.

Абсталяванне: штатыў, рухомы і нерухомы блокі, набор грузаў масай $m = 100$ г кожны, дынамометр, лінейка, нітка даўжынёй 80—100 см.



Мал. 274

Праверце сябе

1. Што ўяўляюць сабой нерухомы і рухомы блокі?
2. Чаму блокі не даюць выйгрышу ў рабоце?

Вывад разліковых формул

Згодна з «залатым правілам механікі» пры раўнамерным пад'ёме грузу з дапамогай рухомага блока (без уліку сілы цяжару блока і сілы трэння) работа сілы F (мал. 274), прыкладзенай да ніткі, роўна рабоце па пад'ёме грузу вагой P : $A_1 = A_2$.

Работа прыкладзенай да ніткі сілы F роўна $A_2 = Fh_2$. Работа, выкананая вагой грузу, роўна $A_1 = Ph_1$.

Такім чынам,

$$Ph_1 = Fh_2.$$

Рухомы блок дае выйгрыш у сіле ў 2 разы: $F = \frac{P}{2}$.

Тады

$$Ph_1 = \frac{P}{2}h_2, \text{ або } h_1 = \frac{h_2}{2}.$$

Такім чынам, атрымаўшы выйгрыш у 2 разы ў сіле, мы прайгралі ў 2 разы ў шляху.

Ход работы

1. Замацуйце блок у лапцы штатыва. Нітку з петлямі на канцах перакіньце праз блок. Прычапіўшы да левай пятлі груз, а да правай — кручок дынамометра і ўтрымліваючы груз у раўнавазе (мал. 275, а), здыміце паказанні дынамометра.

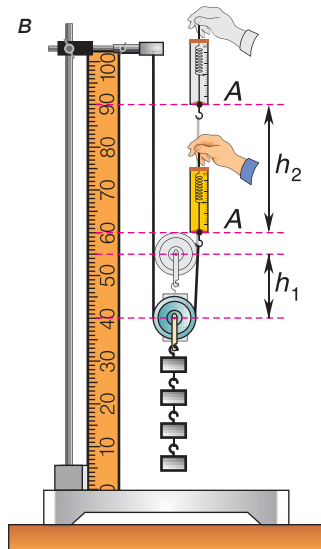
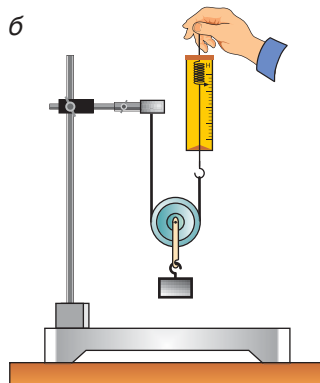
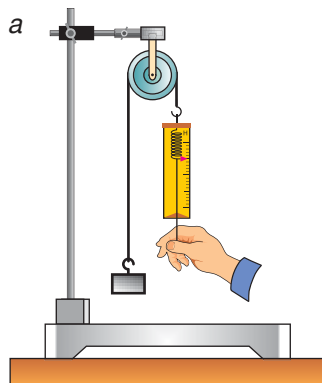
2. Паўтарыце дослед з двума і чатырма грузамі і, зняўшы паказанні дынамометра, зрабіце вывад аб выйгрышы ў сіле пры выкарыстанні нерухомага блока.

3. Левую пятлю ніткі зачапіце за лапку штатыва, а правую — прычапіце да кручка дынамометра. Рухомы блок з грузам замацуйце на нітку, як паказана на малюнку 275, б. Утрымліваючы груз у раўнавазе, здыміце паказанні дынамометра.

4. Паўтарыце дослед з двума і чатырма грузамі. Параўнайце паказанні дынамометра з вагой грузаў. Зрабіце вывад аб суадносіне сіл, якія дзейнічаюць на блок.

5. Замацуйце ў штатыве лінейку даўжынёй 80—100 см. Падніміце чатыры грузы з дапамогай рухомага блока на вышыню h_1 (10—15 см) (мал. 275, в). Вымерайце вышыню h_2 , на якую падняўся пункт А мацавання кручка дынамометра да ніткі. Параўнайце h_1 і h_2 і зрабіце вывад.

6. Вылічыце і параўнайце работу сілы цяжару грузаў і сілы пругкасці спружыны дынамометра. Зрабіце вывад.



Мал. 275

Кантрольныя пытанні

1. Чым адрозніваюцца рухомы і нерухомы блокі?
2. Як змяніліся б вынікі доследаў 1—4, калі б блокі мелі большую масу (былі выраблены з металу)?
3. У чым сэнс «залатога правіла механікі»?

Суперзаданне

Ці будзе аднолькавым ККДз рухомага блока пры пад'ёме 1, 2, 3, 4 і г. д. грузаў? Адказ абгрунтуйце.

**Лабараторная работа № 9****Вывучэнне нахіленай плоскасці і вымярэнне яе ККДз**

Мэта: пазнаёміцца з простым механізмам — нахіленай плоскасцю — і вымераць яе ККДз.

Абсталяванне: дошка даўжынёй 40—80 см, брусок, набор грузаў масай $m = 100$ г кожны, штатыў з лапкай, дынамометр, лінейка, школьны трохвугольнік.

Праверце сябе

1. Ад чаго залежыць выйгрыш у сіле, які атрымліваецца з дапамогай нахіленай плоскасці?
2. Як вызначаецца ККДз нахіленай плоскасці?

Вывад разліковых формул

Для нахіленай плоскасці карысная работа — гэта работа па павелічэнні патэнцыяльнай энергіі пры пад'ёме груза на вышыню h : $A_{\text{кар}} = F_{\text{ц}} h = mgh$, а выкананая работа — работа прыкладаемай сілы $\vec{F}$ па перамяшчэнні груза па нахіленай плоскасці на адлегласць l : $A_{\text{вык}} = Fl$.

Выйгрыш у сіле, які атрымліваецца з дапамогай нахіленай плоскасці:

$$\frac{F_{\text{ц}}}{F} = \frac{l}{h}. \quad (1)$$

На падставе роўнасці (1) атрымаем: $F_{\text{ц}} h = Fl$, г. зн.

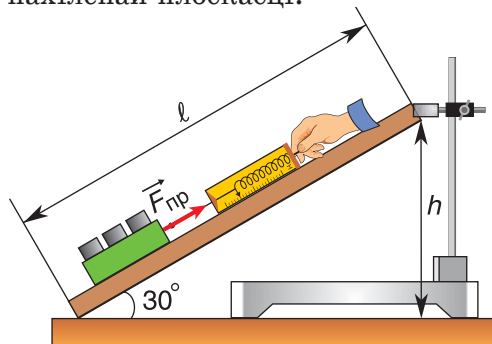
$$A_{\text{кар}} = A_{\text{вык}}. \quad (2)$$

Пры наяўнасці сілы трэння $A_{\text{вык}} > A_{\text{кар}}$ ККДз нахіленай плоскасці:

$$\eta = \frac{A_{\text{кар}}}{A_{\text{вык}}} \cdot 100 \%. \quad (3)$$

Ход работы

1. Устанавіце дошку так, каб яна ўтварыла з паверхняй стала вугал 30° (мал. 276).
2. Узважце дадзены брусок з дапамогай дынамометра.
3. Паклаўшы на брусок тры грузы масай па 100 г кожны, перамяшчайце яго з дапамогай дынамометра раўнамерна ўверх па



Мал. 276

нахіленай плоскасці. Запішыце паказанні дынамометра $F_{\text{пр}}$ (сілу пругкасці спружыны).

4. Параўнайце значэнне сілы пругкасці з вагой бруска з грузамі і зрабіце вывад.

5. Вымерайце даўжыню l нахіленай плоскасці і вылічыце работу, выкананую сілай пругкасці спружыны па формуле $A_{\text{вык}} = F_{\text{пр}} l$.

6. Вымерайце вышыню h . Вылічыце карысную работу (роўную павелічэнню патэнцыяльнай энергіі) пры пад'ёме бруска з грузамі на вышыню h па формуле $A_{\text{кар}} = mgh$, дзе $mg = F_{\text{ц}}$ — сіла цяжару, якая дзейнічае на брусок з грузамі.

7. Па формуле $\eta = \frac{A_{\text{кар}}}{A_{\text{вык}}} \cdot 100\%$ знайдзіце ККДз нахіленай плоскасці.

8. Паўтарыце ўсе выкананыя вымярэнні з нахіленай плоскасцю, павялічыўшы вугал нахілу да 45° . Вугал устанавіце з дапамогай школьнага трохвугольніка.

Кантрольныя пытанні

1. Якое прызначэнне нахіленай плоскасці як простага механізма?
2. Чаму аказаліся няроўнымі карысная і выкананая работы?

Суперзаданне

Выкарыстаўшы атрыманыя вынікі, растлумачце прычыны змянення ККДз нахіленай плоскасці пры павелічэнні яе вугла нахілу. Чаму роўны ККДз пры гранічных вуглах нахілу 90° і 0° ?

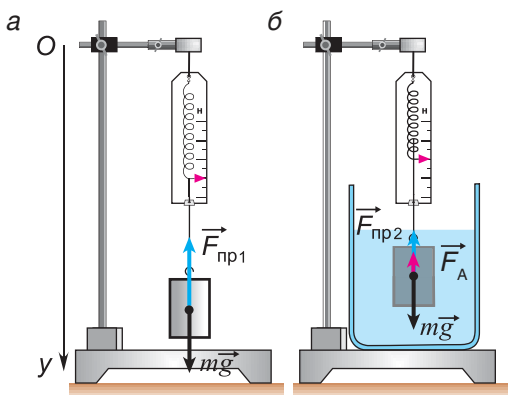


Лабораторная работа № 10

Вывучэнне выштурхвальнай сілы

Мэта: доследным шляхам праверыць формулу для вызначэння выштурхвальнай сілы; разлічыць абсалютную хібнасць прамых вымярэнняў аб'ёму.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, шклянка з вадой, мензурка, дынамометр, два аднародныя цыліндры роўных аб'ёмаў, вырабленыя з розных металаў, трэці цыліндр іншага аб'ёму, нітка, пасудзіны з вадой і насычаным растворам солі, штатыў з лапкай.



Мал. 277

Праверце сябе

1. Якая прычына з'яўлення выштурхвальнай сілы?
2. Ад чаго залежыць выштурхвальная сіла?

Вывад разліковых формул

Цела, падвешанае на дынамометры, знаходзіцца ў раўнавазе (мал. 277, а), значыць, вектарная сума сілы цяжару $m\vec{g}$ і сілы пругкасці $\vec{F}_{\text{пр1}}$, якія дзейнічаюць на цела, роўна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пр1}} = \vec{0}.$$

У праекцыі на вось Oy :

$$mg - F_{\text{пр1}} = 0, \quad mg = F_{\text{пр1}}. \quad (1)$$

Цела, падвешанае на дынамометры і апушчанае ў вадкасць (мал. 277, б), знаходзіцца ў раўнавазе, калі вектарная сума сілы цяжару $m\vec{g}$, сілы пругкасці $\vec{F}_{\text{пр2}}$ і сілы Архімеда $\vec{F}_A$, якія дзейнічаюць на цела, роўна нулю:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{пр2}} + \vec{F}_A = \vec{0}.$$

У праекцыі на вось Oy :

$$mg - F_{\text{пр2}} - F_A = 0, \quad \text{або} \quad F_A = mg - F_{\text{пр2}}. \quad (2)$$

Але $mg = F_{\text{пр1}}$, тады $F_A = F_{\text{пр1}} - F_{\text{пр2}}$.

Атрыманая роўнасць дазваляе вызначыць сілу Архімеда па двух паказаннях дынамометра.

Ход работы

1. Падвесьце адзін з цыліндраў на нітцы і апусціце ў мензурку з вадой (мал. 277, б). Вызначыце яго аб'ём. Вымерайце аб'ём не менш за тры разы, вылічыце сярэдняе значэнне аб'ёму цыліндра.

2. Вызначыце вагу $P_1 = F_{11}$ дадзенага цыліндра з дапамогай дынамометра.

3. Выкарыстоўваючы нітку, павольна апускайце цыліндр у шклянку з вадой і сачыце за паказаннямі дынамометра (мал. 277, б). Запішыце паказанне дынамометра пры поўным апусканні цыліндра ў вадку F_{21} .

4. Вылічыце рознасць паказанняў дынамометра, атрыманых у пунктах 2 і 3. Яна роўна значэнню выштурхвальнай сілы F_{A1} .

5. Паўтарыце ўсе вымярэнні 1—4 для другога і трэцяга металічных цыліндраў.

6. Паўтарыце ўсе вымярэнні 1—4 для аднаго з цыліндраў, апускаючы яго ў раствор солі.

Вадкасць	$F_{\text{пр1}}, \text{ Н (у паветры)}$			$F_{\text{пр2}}, \text{ Н (у вадкасці)}$			$F_A, \text{ Н}$		
	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{21}	F_{22}	F_{23}	F_{A1}	F_{A2}	F_{A3}
Вада									
Раствор солі									

7. Параўнайце атрыманыя значэнні выштурхвальных сіл для цыліндра ў вадзе і ў раствору солі. Зрабіце вывад аб уплыве шчыльнасці рэчыва апушчанага цела, яго аб'ёму і шчыльнасці вадкасці на значэнне выштурхвальнай сілы.

8. Выкарыстоўваючы даныя вымярэнняў аб'ёмаў цыліндраў, вылічыце вагу вады ў аб'ёме, роўным аб'ёму апушчанага часткі кожнага цыліндра. Параўнайце атрыманыя значэнні вагі вады са значэннямі выштурхвальных сіл, якія дзейнічаюць на цыліндры ў вадзе. Зрабіце вывад.

9. Разлічыце метадам цаны дзялення абсалютную хібнасць вымярэння аб'ёму ΔV аднаго з цыліндраў і запішыце вынік прамых вымярэнняў аб'ёму ў інтэрвальнай форме: $V = \langle V \rangle \pm \Delta V$.

Кантрольныя пытанні

1. Якая прычына выштурхвання цыліндра вадкасцю?
2. Ці змянілася вага цыліндра пры яго апусканні ў ваду?
3. Ці будзе дзейнічаць выштурхвальная сіла, калі ніжняя аснова цыліндра будзе шчыльна (без падцякання вады) прыціснута да дна пасудзіны з вадой?

Суперзаданне

Як з дапамогай толькі адной мензуркі вызначыць шчыльнасць драўніны невялікага цела?

**Лабораторная работа № 11****Праверка закону захавання імпульсу**

Мэта: вымераць імпульс сістэмы перад і пасля ўзаемадзеяння цел, якія ўваходзяць у яе; праверыць выкананне закону захавання імпульсу; разлічыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту аднаго з шароў.

Абсталяванне: штатыў з лапкай, латок, два шары аднолькавага аб'ёму і рознай масы, аркушы белай і капіравальнай паперы, лінейка, вагі, разнавагі, скотч.

Праверце сябе

1. Што такое імпульс цела? Сістэмы цел?
2. У чым сутнасць закону захавання імпульсу?

Вывод разліковых формул

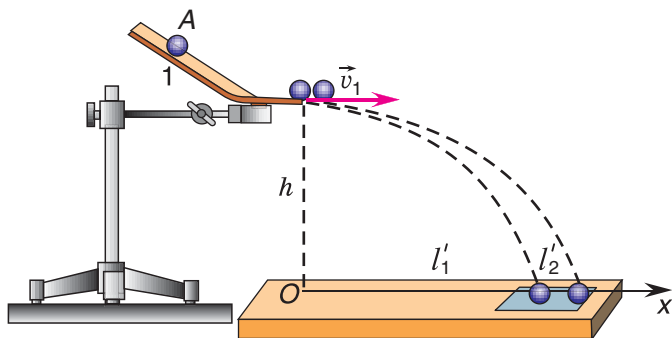
Шар масай m_1 скочваецца з латка, канец якога размешчаны гарызантальна (мал. 278), і набывае ў канцы руху па латку гарызантальную скорасць $\vec{v}_1$ і імпульс $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$.

Праекцыю скорасці v_{1x} на вось Ox лёгка вызначыць, вымераўшы далёкасць палёту l і вышыню h :

$$v_{1x} = l_1 \sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (1)$$

Тады праекцыя імпульсу першага шара на вось Ox будзе роўна:

$$p_{1x} = m_1 l_1 \sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (2)$$



Мал. 278

Змесцім на краі латка другі шар масай m_2 , імпульс якога $\vec{p}_2 = \vec{0}$ ($\vec{v}_2 = \vec{0}$). Першаму шару дадзім магчымасць рухацца з папярэдняга становішча A (становішча на латку пазначана крэйдай).

Першы шар, што мае ў канцы латка гарызантальна накіраваны імпульс p_{1x} , узаемадзейнічае з другім шарам, які знаходзіцца ў стане спакою. Пасля ўзаемадзеяння абодва шары маюць скорасці v'_{1x} і v'_{2x} , накіраваныя гарызантальна, а

значыць, $p'_{1x} = m_1 v'_{1x}$ і $p'_{2x} = m_2 v'_{2x}$. Паколькі знешнія сілы, якія дзейнічаюць на шары (цяжару і рэакцыі апоры), скампенсаваны, то для сістэмы двух шароў выконваецца закон захавання для праекцыі імпульсу на вось Ox :

$$p_{1x} = p'_{1x} + p'_{2x}, \quad (3)$$

або

$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}. \quad (4)$$

Падставіўшы ў формулу (4) выраз для скорасці (1), атрымаем:

$$m_1 l_1 = m_1 l'_1 + m_2 l'_2, \quad (5)$$

дзе l'_1 і l'_2 — далёкасці палёту шароў пасля іх сутыкнення.

Ход работы

1. Вымерайце масы m_1 і m_2 шароў на вагах, паўтарыце вымярэнні тры разы.
2. Замацуйце латок у лапцы штатыва так, каб канец латка быў размешчаны гарызантальна на вышыні $h = 15$ см ад паверхні стала.
3. Зрабіўшы крэйдай рыску на латку, пусціце з гэтага становішча шар 1 большай масы m_1 і паназірайце, у якім месцы стала прыжамліцца шар. Пакладзіце тут аркуш белай паперы, зафіксуйце яго скотчам, а зверху — аркуш капіравальнай паперы.
4. Змясціце шар 1 (масай m_1) на рыску і адпусціце. Па следзе на белым аркушы вызначыце далёкасць палёту l_1 . Дослед паўтарыце 5 разоў, вынікі запішыце ў табліцу. Знайдзіце сярэдняе значэнне l_1 .
5. Устанавіце на краі латка шар 2 меншай масы m_2 . Адпусціце шар 1 з таго ж становішча, што і ў заданні 3. Па слядах на белым аркушы знайдзіце далёкасці палёту шароў l'_1 і l'_2 . Дослед паўтарыце 5 разоў і знайдзіце сярэдняе значэнне $\langle l'_1 \rangle$ і $\langle l'_2 \rangle$. Усе даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	m_1 , кг	m_2 , кг	l_1 , м	l'_1 , м	l'_2 , м
1					
2					
3					
4	—	—			
5	—	—			
Сярэдняе значэнне					

6. Праверце выкананне закону захавання праекцыі імпульсу на вось Ox , падставіўшы значэнні $\langle m_1 \rangle$, $\langle m_2 \rangle$, $\langle l_1 \rangle$, $\langle l'_1 \rangle$, $\langle l'_2 \rangle$ у формулу (5).

7. Разлічыце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў далёкасці палёту аднаго з шароў. Вынікі прамых вымярэнняў далёкасці палёту шара запішыце ў інтэрвальной форме.

Кантрольныя пытанні

1. Як накіраваны імпульс цела?
2. Пры якіх умовах выконваецца закон захавання імпульсу?
3. Чаму для сістэмы двух шароў можна прымяняць закон захавання імпульсу?

Суперзадание

Ці можна сцвярджаць, што сумарны імпульс шароў не будзе змяняцца і пры іх далейшым палёце па парабалічнай траекторыі амаль да саўдару з паверхняй стала? Адказ аргументуйце.

**Лабораторная работа № 12****Праверка закону захавання механічнай энергіі**

Мэта: праверыць выкананне закону захавання механічнай энергіі; разлічыць абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў адной з велічынь (на выбар).

Абсталяванне: два штатывы з лапкамі, латок, шар на нітцы, дынамометр, аркушы белай і капіравальнай паперы, лінейка, вагі, разнавагі, скотч.

Праверце сябе

1. Па якой формуле вылічваецца патэнцыяльная энергія цела і расцягнутай спружыны?
2. Ад чаго залежыць кінетычная энергія цела?

Вывад разліковых формул

Калі расцягнутая спружына (мал. 279), якая мае патэнцыяльную энергію $E_{\text{п}}$, узаемадзейнічае з цэлам, то пры пераходзе яе ў недефармаваны стан патэнцыяльная энергія спружыны пры адсутнасці супраціўлення руху цалкам ператвараецца ў кінетычную энергію $E_{\text{к}}$ цела:

$$E_{\text{п}} = E_{\text{к}}, \quad (1)$$

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}, \quad E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}, \quad (2)$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}. \quad (3)$$

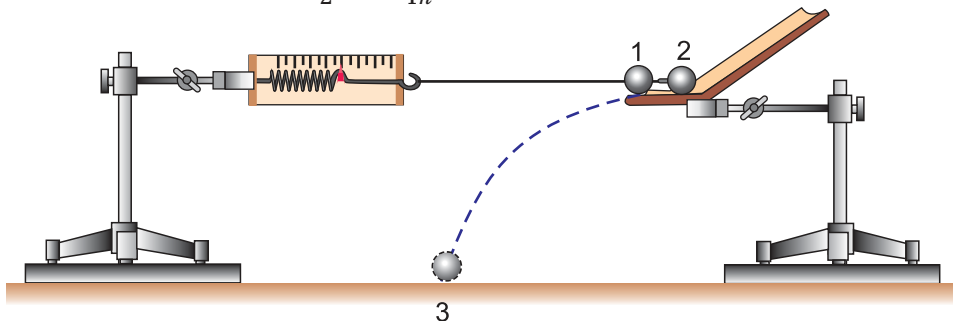
Паколькі $k|x| = F_{\text{пр}}$ — сіла пругкасці спружыны, то

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{F_{\text{пр}}|x|}{2}. \quad (4)$$

Скорасць цела можна вызначыць па далёкасці яго палёту l і па вышыні падзення h : $v^2 = \frac{l^2 g}{2h}$ (вывад формулы гл. у лабараторнай рабоце 11).

Тады

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{ml^2 g}{4h}. \quad (5)$$



Мал. 279

З улікам выказаў (4) і (5) формула (3) прыме выгляд:

$$\frac{F_{\text{пр}}|x|}{2} = \frac{ml^2g}{4h}, \text{ або } F_{\text{пр}}|x| = \frac{ml^2g}{2h}. \quad (6)$$

Формулу (6) можна праверыць эксперыментальна.

Ход работы

1. Вымерайце на вагах масу шара. Вымярэнні паўтарыце тры разы.
2. Замацуйце на штатывах латок і дынамометр на аднолькавай вышыні ($h \approx 30$ см) ад паверхні стала. Нітку даўжынёй 40—45 см адным канцом прывяжыце да кручка дынамометра, а другім — да шара (мал. 279). Адлегласць паміж штатывамі павінна быць такой, каб шар знаходзіўся на самым краі гарызантальнай часткі латка пры недэфармаванай sprужыне дынамометра і гарызантальным становішчы ненацягнутай ніткі.
3. У мяркуемым месцы 3 падзення шара пакладзіце аркуш белай паперы і зверху аркуш капіравальнай паперы. Адвядзіце шар у становішча 2 так, каб паказанні дынамометра сталі $F_{\text{пр}} = 2,0$ Н. Адпусціце шар і адзначце месца падзення яго на стале па метцы на аркушы белай паперы (становішча 3). Дослед правядзіце пяць разоў. Вымерайце далёкасць палёту шара ва ўсіх пяці доследах.
4. Вымерайце лінейкай абсалютную дэфармацыю sprужыны $|x|$ пры сіле пругкасці $F_{\text{пр}} = 2,0$ Н. Усе даныя запішыце ў табліцу.

№ доследу	m , кг	h , м	l , м	$ x $, м
1				
2				
3				
4	—			
5	—			
Сярэдняе значэнне				

5. Вызначыце сярэднія значэнні $\langle m \rangle$, $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ і $\langle |x| \rangle$.
6. Падстаўце $\langle m \rangle$, $\langle h \rangle$, $\langle l \rangle$ і $\langle |x| \rangle$ у формулу (6) і праверце выкананне закону захавання энергіі.
7. Разлічыце абсалютную і адносную хібнасці прамых вымярэнняў адной з велічынь (h , l , $|x|$) і запішыце вынік у інтэрвальнай форме.

Кантрольныя пытанні

1. Якую энергію называюць механічнай?
2. Пры якіх умовах выконваецца закон захавання механічнай энергіі?
3. Чым можна растлумачыць толькі прыбліжаную роўнасць патэнцыяльнай энергіі sprужыны і кінетычнай энергіі шара?

Суперзаданне

Якую sprужыну (з большай або меншай жорсткасцю) лепш выкарыстоўваць у рабоце для больш дакладнага выканання закону захавання механічнай энергіі? Чаму?

АПРАЦОЎКА ВЫНІКАЎ ВЫМЯРЭННЯЎ. АЦЭНКА ХІБНАСЦЕЙ

Уводзіны

Вымярэннем называецца вызначэнне значэння фізічнай велічыні з дапамогай вымяральных сродкаў эксперыментальным шляхам.

Пры выкананні лабараторных работ вы сустрэнецеся з двума відамі вымярэнняў: *прамымі і ўскоснымі*.

Прамым называецца вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні вызначаецца непасрэдна адлікам па шкале прыбора.

Ускоснае вымярэнне — гэта вымярэнне, пры якім значэнне шуканай велічыні вызначаецца па формуле як функцыя іншых велічынь.

Вынік любога вымярэння з'яўляецца прыблізным, г. зн. мае хібнасць. Прычын хібнасці многа: недасканаласць вымяральных прыбораў, акругленні пры адліках і вылічэннях, уплыў знешніх фактараў (штуршкі, змяненне тэмпературы, ціску і да т. п.) і інш. Таму не трэба разлічваць на атрыманне дакладнага (без хібнасці) выніку.

1. Выпадковыя і сістэматычныя хібнасці. Промахі

Выпадковымі называюць такія хібнасці, якія ад доследу да доследу змяняюцца **непрадказальна**. Выпадковую хібнасць пры адным вымярэнні выявіць нельга. Трэба выканаць серыю паўторных вымярэнняў (пры аднолькавых пачатковых умовах доследу). Шматразовае паўтарэнне доследу дазваляе таксама паменшыць уплыў выпадковых хібнасцей на канчатковы вынік вымярэнняў.

Калі пры паўторных вымярэннях атрымліваецца адзін і той жа вынік, то гэта не значыць, што выпадковай хібнасці няма. Проста адчувальнасць вымяральнага прыбора настолькі нізкая, што выпадковая хібнасць не праяўляецца.

Сістэматычныя хібнасці — гэта хібнасці, якія пры паўтарэнні вымярэння застаюцца **пастаяннымі**. Гэтыя хібнасці звязаны ў асноўным з недасканаласцю вымяральнай тэхнікі, прыбліжанай метадыкай вымярэнняў і апрацоўкі вынікаў.

Промахі — **грубыя памылкі**, якія **намнога перавышаюць чаканую пры дадзеных умовах хібнасць**. Яны выкліканы няўважлівасцю пры зняцці выніку, няспраўнасцю прыбора або рэзкім змяненнем умоў доследу.

Каб пазбегнуць промаху, неабходна вымярэнне адной і той жа выпадковай велічыні праводзіць некалькі разоў і вынік, які рэзка адрозніваецца ад іншых (промах), не ўлічваць.

2. Абсалютная і адносная хібнасці

Няхай з дапамогай секундамера нам трэба вымераць прамежак часу t руху шарыка па жолабе. Выканаўшы пяць паўторных вымярэнняў, мы атрымалі розныя значэнні t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 . Гэта прыбліжаныя значэнні. Дапусцім, што сапраўднае значэнне прамежку часу руху роўна $t_{\text{сапр}}$ (мал. 280). Вымераныя значэнні адхіляюцца ад сапраўднага як у большы ($t_2, t_3, t_5 < t_{\text{сапр}}$), так і ў меншы бок ($t_1, t_4 < t_{\text{сапр}}$). Модуль максімальнага адхілення атрыманага выніку вымярэння ад сапраўднага значэння велічыні называецца **максімальнай абсалютнай хібнасцю** або **верхняй граніцай хібнасці**. У дадзеным прыкладзе яна абазначаецца Δt : $\Delta t = |t_4 - t_{\text{сапр}}|$, па-

колькі менавіта значэнне t_4 найбольш моцна адрозніваецца ад $t_{\text{сяр}}$ (мал. 280).

У большасці выпадкаў сярэдняе значэнне $t_{\text{сяр}}$ велічыні невядомае. Але калі выканаць шматразовыя вымярэнні і знайсці сярэдняе значэнне вымеранай велічыні

$\langle t \rangle = \frac{(t_1 + t_2 + \dots + t_n)}{n}$, то, чым большая колькасць n вымярэнняў, тым бліжэй будзе сярэдняе значэнне велічыні да сярэдняга.

Тады канчатковы вынік вымярэнняў прамежку часу трэба запісаць так: $\langle t \rangle - \Delta t \leq t_{\text{сяр}} \leq \langle t \rangle + \Delta t$, або $t = \langle t \rangle \pm \Delta t$.

Адносная хібнасць ε вызначае, якую частку ў працэнтах ад сярэдняга значэння вымяраемай велічыні складае абсалютная хібнасць: $\varepsilon = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100 \%$.

Напрыклад, калі сярэдняе значэнне прамежку часу скочвання шарыка з нахіленага жолаба $\langle t \rangle = 16,12$ с вызначана з дакладнасцю да $\Delta t = 0,08$ с, то адносная хібнасць: $\varepsilon = \frac{0,08}{16,12} \cdot 100 \% \approx 0,5 \%$.

Канчатковы адказ трэба запісваць так: $t = (16,12 \pm 0,08)$ с; $\varepsilon = 0,5 \%$.

3. Дакладныя і прыбліжаныя лікі

Пры апрацоўцы вынікаў вымярэнняў трэба адрозніваць дакладныя і прыбліжаныя лікі і ведаць правілы дакладных і прыбліжаных вылічэнняў.

Дакладныя лікі — гэта лікавыя каэфіцыенты; паказчыкі ступені ў формулах; каэфіцыенты, якія адлюстроўваюць кратнасць і долянасць адзінак вымярэння, і інш. Напрыклад, у формуле $h = \frac{gt^2}{2}$ каэфіцыент $\frac{1}{2}$ і паказчык ступені 2 — дакладныя лікі. Або ў роўнасцях $4 \text{ км} = 4 \cdot 1000 \text{ м}$, $1 \text{ с} = \frac{1}{3600} \text{ г}$ каэфіцыенты 1000, $\frac{1}{3600}$ — дакладныя лікі.

Прыбліжанымі лікамі з'яўляюцца вынікі вымярэння велічынь, таблічныя значэнні велічынь, а таксама акругленыя значэнні дакладных лікаў. Значэнні хібнасцей таксама прыбліжаныя лікі.

Напрыклад, значэнне вышыні $h = 10,2$ см, вымеранае лінейкай; паскарэнне свабоднага падзення $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; значэнне абсалютнай хібнасці $\Delta t = 0,08$ с; адносная хібнасць $\varepsilon = 0,5 \%$ з'яўляюцца прыбліжанымі лікамі.

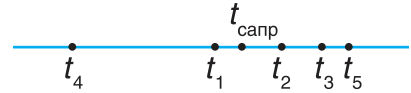
4. Значныя лічбы

Усе лічбы ліку, акрамя нуляў, якія стаяць у пачатку ліку, называюцца **значнымі**. Напрыклад, у ліках 9,8; 1005; $0,001 = 1 \cdot 10^{-3}$ колькасць значных лічбаў адпаведна роўна: 2, 4 і 1.

У дакладных ліках колькасць значных лічбаў можа быць бясконца большай. Напрыклад, лік 2 можна запісаць і як 2,0; 2,00; 2,000 і г. д. Усе лічбы ў гэтых запісах значныя.

Пры запісе ліку ў стандартнай форме першую значную лічбу ставяць у разрад адзінак, а астатнія — у дзесятковыя разрады пасля коскі. Напрыклад: $0,001 = 1 \cdot 10^{-3}$; $0,000172 = 1,72 \cdot 10^{-4}$; $1328 = 1,328 \cdot 10^3$.

Абсалютная хібнасць у канчатковым выглядзе запісваецца з адной значнай лічбай. Напрыклад: $l = (112,48 \pm 0,02) \text{ см}$; $\Delta l = 0,02 \text{ см} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$.



Мал. 280

5. Пэўныя і няпэўныя лічбы

Вынікі вымярэнняў і вылічэнняў могуць змяшчаць розную колькасць значных лічбаў, сярод якіх ёсць пэўныя, няпэўныя і няправільныя.

Лічба прыбліжанага ліку лічыцца пэўнай, калі яго абсалютная хібнасць не перавышае адной адзінкі таго разраду, у якім стаіць дадзеная лічба.

Напрыклад, для вымеранай даўжыні $l = (93 \pm 2)$ мм абсалютная хібнасць $2 < 10$, значыць, лічба 9, якая стаіць у разрадзе дзясяткаў, пэўная. Лічба 3 стаіць у разрадзе адзінак. Хібнасць $2 < 1$, значыць, лічба 3, якая стаіць за пэўнай лічбай, з'яўляецца няпэўнай.

Яшчэ адзін прыклад. Няхай вымераная велічыня масы запісваецца так: $m = (2,58 \pm 0,04) \cdot 10^2$ кг. Абсалютная хібнасць $0,04 < 1$ (2 — пэўная лічба), $0,04 < 0,1$ (5 — пэўная лічба), нарэшце, $0,04 > 0,01$, значыць, лічба 8 — няпэўная.

Лічбы, якія стаяць за няпэўнай, — няправільныя. Напрыклад, у прыбліжым ліку $17,45 \pm 2$ лічбы 4, 5 — няправільныя. Няправільныя лічбы трэба адкінуць і запісаць: 17 ± 2 .

У дакладных ліках усе значныя лічбы пэўныя, а хібнасць дакладнага ліку заўсёды роўна нулю.

6. Акругленне лікаў

Дакладныя і прыбліжаныя лікі можна акругляць, г. зн. памяншаць колькасць значных лічбаў.

Пры акругленні лікаў прытрымліваюцца наступнага правіла: калі першая лічба, якая адкідваецца, роўна або большая за 5, то апошняя лічба, якая захоўваецца, павялічваецца на адзінку, калі меншая за 5, то апошняя лічба, якая захоўваецца, не змяняецца.

Напрыклад, акругліць да дзясятых, або да трох значных лічбаў, лікі:

$13,273 \approx 13,3$ (лічба, якая адкідваецца, $7 > 5$);

$13,253 \approx 13,3$ (лічба, якая адкідваецца, 5);

$13,233 \approx 13,2$ (лічба, якая адкідваецца, $3 < 5$).

Абсалютную хібнасць акругляюць да адной значнай лічбы. Напрыклад:

$l = (62 \pm 2,4)$ мм трэба запісаць: $l = (62 \pm 2)$ мм.

7. Матэматычныя аперацыі над прыбліжанымі лікамі

• Складанне і адніманне

Пры складанні і адніманні прыбліжаных лікаў у выніку трэба пакідаць столькі значных лічбаў, колькі іх у ліку з найменшай колькасцю значных лічбаў.

Напрыклад:	$4,87$	$102,328$
	$+ 2,3$	$- 7,21$
	$0,482$	$95,118 \approx 95,1$
	$7,652 \approx 7,7$	

• Множанне і дзяленне

Пры множанні і дзяленні прыбліжаных лікаў у выніку трэба захоўваць столькі значных лічбаў, колькі іх у зыходным дадзеным ліку з найменшай колькасцю значных лічбаў.

Напрыклад:

$$35,2 \cdot 0,24 = 8,448 \approx 8,4.$$

$$87,6779 : 7,1 = 12,349 \approx 12.$$

Пры ўзвядзенні ў ступень прыбліжанага ліку ў выніку трэба захоўваць столькі значных лічбаў, колькі пэўных значных лічбаў мае лік, які ўзводзяць у ступень:

$$0,37^2 = 0,1369 \approx 0,14.$$

Пры здабыванні кораня з прыбліжанага ліку ў выніку захоўваюць столькі значных лічбаў, колькі пэўных значных лічбаў мае падкарэнны лік:

$$\sqrt{3,0} = 1,73205... \approx 1,7;$$

$$\sqrt{81} = 9,0;$$

$$\sqrt[3]{64} = 4,0.$$

• *Вылічэнне трыганаметрычнай функцыі*

Пры вылічэнні трыганаметрычнай функцыі ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$), калі значэнне вугла α зададзена з дакладнасцю да 1° , у значэнні трыганаметрычнай функцыі трэба захоўваць дзве значныя лічбы.

Напрыклад: $\sin 23^\circ \approx 0,39$; $\operatorname{tg} 30^\circ \approx 0,53$.

8. Ацэнка хібнасцей прамых вымярэнняў метадам цаны дзялення

Недасканаласць школьных вымяральных прыбораў прыводзіць да таго, што паўторныя вымярэнні даюць адзін і той жа вынік. Напрыклад, мернай стужкай тройчы вымяраюць даўжыню жолаба, і ва ўсіх трох вымярэннях атрымліваецца вынік 62 мм.

У такім выпадку:

1) дастаткова трох паўторных вымярэнняў;

2) прыбліжанае значэнне вымяраемай велічыні $l_{\text{вым}} = \langle l \rangle = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3}$ роўна любому з трох значэнняў;

3) абсалютную хібнасць прымаюць роўнай цане дзялення шкалы прыбора $\Delta l = 1$ мм. Вынік вымярэння трэба запісаць у выглядзе $l = (62 \pm 1)$ мм.

9. Метад падліку лічбаў (МПЛ)

Метад падліку лічбаў (МПЛ) выкарыстоўваецца для апрацоўкі вынікаў ускосных вымярэнняў, у той час як метады цаны дзялення — для прамых вымярэнняў.

Пры апрацоўцы вынікаў вымярэнняў метадам падліку лічбаў неабходна прытрымлівацца наступных правілаў.

1. Вынікі ўсіх прамых вымярэнняў запісваюць у табліцу, пакідаючы толькі пэўныя лічбы (часам для павышэння дакладнасці канчатковага адказу пакідаюць адну няпэўную лічбу).

2. Усе вылічэнні выконваюць згодна з правіламі правядзення матэматычных аперацый над прыбліжанымі лікамі (пункт 7 *Дадатку 1*). Гэтыя правілы называюць *правіламі падліку лічбаў*.

3. Хібнасць выніку непасрэдна не вылічваюць. Вынік вымярэння пры МПЛ запісваецца без пазначэння хібнасці.

Як праглядаць відэа да ілюстрацый

Малюнкi, пазначаныя знакам , можна «ажывіць» (ператварыць у відэаролік) з дапамогай смартфона або планшэта. Для гэтага вам спатрэбіцца праграма HP Reveal і доступ у Інтэрнэт.

HP Reveal працуе на смартфонах і планшэтах з аперацыйнай сістэмай Android 4.0 і вышэй, iOS 8.0 і вышэй. На работу праграмы ўплываюць прадуктыўнасць працэсара і скорасць інтэрнэт-злучэння. HP Reveal загружае вялікі аб'ём інфармацыі, таму выхад у Інтэрнэт лепш ажыццяўляць праз Wi-Fi.

Каб устанавіць праграму HP Reveal на смартфон або планшэт з аперацыйнай сістэмай Android, неабходна:

- 1) адкрыць Play Маркет () і набраць у пошуку HP Reveal;
- 2) выбраць дадатак HP Reveal: . У акне, якое адкрывецца, націснуць



УСТАНОВИТЬ → ПРИНЯТЬ;

3) пасля ўстаноўкі націснуць кнопку ОТКРЫТЬ. З'явіцца экран рэгістрацыі. Націснуць CREATE AN ACCOUNT (мал. 281);

4) пазначыць e-mail (не абавязкова), прыдумаць імя карыстальніка (Username), пароль (Password), кожны раз для наступнага кроку націскаючы NEXT. Пасля ўвядзення пароля (Password) яшчэ раз націснуць CREATE AN ACCOUNT;

5) пасля паспяховай рэгістрацыі націснуць кнопку DONE (верхні правы вугал), з'явіцца радок «Discover

Auras»: , набраць у радку

пошуку physics9;

6) націснуць



Мал. 281

7) у акне, якое з'явіцца, націснуць шэрую кнопку Follow. Пасля націскання колер кнопкі павінен змяніцца на сіні, а надпіс зменіцца на Following. Гэта гаворыць аб тым, што ўсё выканана правільна;

8) выйсці ў галоўнае меню, націснуўшы кнопку Back у верхнім левым вугле. Кнопкай вяртання выйсці ў асноўнае меню, націснуць на сіні квадрацік: .

Цяпер праграмай можна карыстацца. Навядзіце камеру на малюнак, пазначаны знакам , так, каб малюнак цалкам змясціўся на экране, і трохі пачакайце, не рухаючы смартфон або планшэт. Кругі ў цэнтры павінны змяніць форму. Такім чынам праграма паведамляе, што распазнала малюнак, відэаматэрыял можна будзе паглядзець праз некалькі секунд. Для таго каб разгарнуць відэаролік, дакраніцеся да яго. Відэаролікі доследаў размешчаны таксама на нацыянальным адукацыйным партале <http://e-vedy.adu.by>.

ПРАДМЕТНЫ ПАКАЗАЛЬНІК

- Блокі 123
 - нерухомы 123
 - рухомы 123
- Бязважкасць 113
- Вектары 12
 - праекцыя на вось 16
- Вечны рухавік 131
- Гравітацыйная пастаянная 106
- Графікі
 - каардынаты 29, 49
 - перамяшчэння 29, 49
 - скорасці 29, 50
 - шляху 29, 50
- Грузапад'ёмнасць судна 143
- Далёкасць палёту 101
- Дынаміка 68
- Жорсткасць 88
- «Залатое правіла механікі» 130
- Закон Архімеда 140
- Законы захавання
 - імпульсу 154
 - энергіі 175
- Закон сусветнага прыцягнення 106
- Законы Ньютана
 - першы (інерцыі) 69
 - другі 77
 - трэці 83
- Імпульс
 - сілы 149
 - сістэмы 150
 - цела 148
- Каардынаты цела 25, 48
- Каэфіцыент трэння 92
- Кінематыка 6
- Кінематычны закон руху 25, 48
- Магутнасць 162
- Маса 72
- Матэрыяльны пункт 6
- Механічная работа 160
- Механічны рух 9
- Момант сілы 119
- Нахіленая плоскасць 128
- Паветраплаванне 143
- Пад'ёмная сіла 144
- Паскарэнне 42, 60, 77, 48
- Перагрузкі 113
- Перамяшчэнне 20, 38, 48
- Плаванне суднаў 142
- Плячо сілы 119
- Раўнавага
 - абыякавая 135
 - няўстойлівая 135
 - устойлівая 135
- Рух
 - вярчальны 55
 - пад вуглом да гарызонту 104
 - паступальны 6
 - раўнамерны 24
 - роўнапераменны 44
 - свабоднае падзенне 98
- Рычагі 122
- Сіла
 - Архімеда 140
 - вагі 112
 - пругкасці 88
 - рэактыўная 156
 - супраціўлення 94
 - трэння 92
 - цяжару 112
- Сістэма адліку 9, 69
- Скорасць
 - вуглавая 56
 - другая касмічная 109
 - імгненная 34
 - лінейная 56
 - першая касмічная 109
 - сярэдняя 33, 45
- Статыка 118
- Траекторыя 9
- Цела адліку 8
- Удар
 - абсалютна няпругкі 155
- Цэнтр цяжару 134
- Шлях 21
- Энергія
 - кінетычная 170
 - механічная 171
 - патэнцыяльная 166
 - поўная 171
 - унутраная 171

АДКАЗЫ ДА ПРАКТЫКАВАННЯЎ

Практикаванне 3. 3. $s = 2,0$ км; $\Delta r = 0,10$ км. 7. $s = 0,12$ км; $\Delta r = 40$ м. 8. $\Delta r_2 = 0$.

Практикаванне 4. 1. $v = 72 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. 2. $l_1 = 45$ км; $l_2 = 36$ км; $l_{1-2} = 81$ км.

3. $x_0 = 5,0$ км; $x_1 = 725$ км; $v = 720 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $s = \Delta r = 240$ км.

Практикаванне 5. 1. $s_I = 1,0$ км; $\Delta r_I = 1,0$ км; $s_{II} = 0,25$ км; $\Delta r_{II} = -0,25$ км; $s_{III} = 0,13$ км; $\Delta r_{III} = 0,13$ км; 2. $x_{01} = 6,0$ км; $x_{02} = -6,0$ км; $v_{1x} = 9,0 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $v_{2x} = 18 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $t = 80$ мін. 3. $\langle v \rangle = 4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_1 \rangle = 5 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_2 \rangle = 0 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; $\langle v_3 \rangle = 4 \frac{\text{км}}{\text{г}}$; 5. $\frac{\langle v_{1x} \rangle}{\langle v_{2x} \rangle} = \frac{5}{3}$. 6. $\langle v \rangle = 0,14 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\langle \vec{v} \rangle = 0,10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 7. $s = 0,94$ км; $\Delta r = 0,12$ км; $\langle v \rangle = 1,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\langle \vec{v} \rangle = 0,20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 8. $v_2 = 50 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. 9. $\langle v \rangle = 48 \frac{\text{км}}{\text{г}}$. 11. $v_2 = 2,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Практикаванне 6. 4. $2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \leq v \leq 5,5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 5. $\Delta r = 45$ км; $v = 25 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 6. $\Delta r = 9$ км; $v = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 7. $\frac{\Delta t_{\text{воз}}}{\Delta t_p} = \frac{3}{4}$. 8. $\Delta r_{\text{пл}} = 0$; $\Delta r_6 = 60$ м; $v_6 = 3,2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 9. $v_6 = 0,87 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $t = 1,9$ мін; $\alpha = 30^\circ$. 10. $t = 23$ с.

Практикаванне 7. 1. $\Delta v = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 2. $a = 0,22 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 3. $t = 10$ с. 5. $a = 75 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}$; $v_0 = 90 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $v_{1x} = 45 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $t_{\text{п}} = 1,2$ с. 6. $a_{1x} = -0,1 \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $a_{2x} = 0,03 \frac{\text{км}}{\text{мін}^2}$; $v_{1x} = v_{2x} = 0,1 \frac{\text{км}}{\text{мін}}$; $t_1 = 4$ мін; $\Delta r_1 = 0,8$ км.

Практикаванне 8. 2. $a = 0,33 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $s = 0,60$ км. 3. $v_x = 32 \frac{\text{см}}{\text{с}}$; $\Delta r_x = 156$ см. 4. $\frac{s_A(4\text{с})}{s_B(4\text{с})} = \frac{20}{11}$; $\frac{s_A(8\text{с})}{s_B(8\text{с})} = \frac{8}{7}$; $x_A = A_1 t + \frac{B_1 t^2}{2}$, дзе $A_1 = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $B_1 = -1,25 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $x_B = A_2 t + \frac{B_2 t^2}{2}$, дзе $A_2 = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $B_2 = 0,94 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 6. $y_1 = s_1 = \Delta r_1 = 10$ м; $y_2 = \Delta r_2 = 10$ м; $s_2 = 12,5$ м; $y_3 = \Delta r_3 = 0$; $s_3 = 22,5$ м. 7. $\langle v \rangle = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 8. $t = 0,5$ с.

Практикаванне 9. 4. $\frac{s_{AB}}{\Delta r_{AB}} = 1,1$; $\frac{s_{AC}}{\Delta r_{AC}} = 1,6$. 5. $v = 0,25 \text{ с}^{-1}$; $T = 4$ с; $\omega = 1,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. 6. $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$; $\frac{v_1}{v_2} = 2$; $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$. 7. $\omega = 63 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $T = 0,10$ с; $v = 13 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. 8. $T_r = 12$ г; $T_m = 1$ г; $T_c = 1$ мін; $v_r = \frac{1}{12} \text{ г}^{-1}$; $v_m = 1 \text{ г}^{-1}$; $v_c = \frac{1}{60} \text{ с}^{-1}$; $\omega_r = \frac{\pi}{6} \frac{\text{рад}}{\text{г}}$; $\omega_m = 2\pi \frac{\text{рад}}{\text{г}}$; $\omega_c = \frac{\pi}{30} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$. 9. $\omega = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 30 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Практикаванне 10. 1. $\omega = 0,63 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 3,14 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $a = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 2. $a = 5,4 \cdot 10^5 \frac{\text{км}}{\text{г}^2}$. 3. $a = 6,0 \cdot 10^{-6} \frac{\text{км}}{\text{с}^2}$. 4. $R = 0,3$ м. 5. $T = 1,6$ с; $a_1 = 3,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $a_2 = 8,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. 6. $\omega = 0,71 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $v = 4,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $\Delta r = 13$ м; $s = 0,1$ км. 7. $\frac{v_1}{v_2} = 15,7$; $\frac{a_1}{a_2} = 188$.

8. $a = 2,5 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$; 9. $v = 12 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 10. а) $v = 465 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $a = 0,034 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$; б) $v = 233 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $a = 0,017 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. 11. $h = 58 \text{ м}$.

Практикаванне 12. 3. Так; $m_3 = m_{\text{М}} = 0,27 \text{ кг}$; $\rho_3 = \rho_{\text{М}} = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. 4. $m_{\text{В}} = 384 \text{ кг}$. 5. $\rho = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Практикаванне 13. 4. $v = 2,3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $a = 3,3 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. 5. $F = 24,6 \text{ Н}$. 6. $a = 7,6 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$; $F_{\text{ц}} = 36 \text{ Н}$.

Практикаванне 15. 3. $\Delta l = 4,0 \text{ мм}$. 4. $\frac{k_1}{k_{\text{II}}} = \frac{3}{7}$. 5. а) $k = 75 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$; б) $k = 300 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Практикаванне 16. 6. $F_{\text{макс тр спак}} = 3,0 \text{ Н}$; $\mu_{\text{спак}} = 0,58$. 7. $m = 2,0 \text{ кг}$. 8. $t = 2,0 \text{ с}$; $s = 30 \text{ м}$.

Практикаванне 17. 1. $v = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $h = 5 \text{ м}$. 2. $t_1 = 1,2 \text{ с}$; $t_2 = 1,4 \text{ с}$; $v = 20 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 3. $l = 10 \text{ см}$. 4. $v_0 = 6,0 \frac{\text{М}}{\text{с}}$.

Практикаванне 18. 4. $g_h = 1,1 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. 5. $h = 4,7 \cdot 10^6 \text{ м}$. 6. $T = 93 \text{ мін}$. 7. $M = 6,4 \cdot 10^{23} \text{ кг}$.

Практикаванне 19. 1. $a = 1,0 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ (уверх). 2. $a = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$. 3. $P = 31 \text{ кН}$. 4. $P = 49 \text{ кН}$. 5. $P = 1,8 \text{ кН}$; $Q = 2,6$. 6. $m = 3,0 \text{ кг}$.

Практикаванне 20. 3. $M_1 = 2,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $M_2 = 2,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$. 4. $M = 30 \text{ Н} \cdot \text{м}$. 6. $F = 0,27 \text{ Н}$.

Практикаванне 21. 4. $\frac{F_1}{F_2} = \frac{5}{7}$. 5. $F_1 = 3,5 \text{ Н}$; $F_2 = 1 \text{ Н}$. 6. $m = 42 \text{ кг}$.

Практикаванне 22. 2. $A_{\text{кар}} = 500 \text{ Дж}$; $A_{\text{вык}} = 550 \text{ Дж}$; $\eta = 91 \%$. 3. $A_{\text{кар}} = 8,0 \text{ Дж}$; $A_{\text{вык}} = 10 \text{ Дж}$; $\eta = 80 \%$. 4. $A_{\text{кар}} = 50 \text{ Дж}$; $A_{\text{вык}} = 60 \text{ Дж}$; $\eta = 83 \%$. 5. $A_{\text{вык}} = 24 \text{ кДж}$; $P = 0,80 \text{ кВт}$. 6. $A_{\text{кар}} = 30 \text{ кДж}$. 7. $\eta = 80 \%$; $P = 200 \text{ Вт}$. 8. $\eta = 73 \%$.

Практикаванне 23. 2. $x_c = 7,7 \text{ см}$ (ад цэнтра алюмініевай часткі). 3. $x_c = \frac{R}{6}$. 4. $m_{\text{в}} = 15 \cdot 10^3 \text{ кг}$. 5. $F_A = 103 \text{ Н}$; $m_{\text{гр}} = 8,1 \text{ кг}$. 8. $V = 45 \cdot 10^3 \text{ м}^3$.

Практикаванне 24. 3. $\Delta p_1 = \sqrt{2}mv$; $\Delta p_2 = 2mv$; $\Delta p_3 = 0$. 4. $\Delta p = 1,6 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Практикаванне 25. 3. а) $v'_1 = 1,3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; б) $v'_1 = -0,3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ (у процілеглым напрамку); в) $v'_1 = 2,9 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $v'_2 = 5,3 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 4. $l = 1,0 \text{ м}$. 5. $l_1 = 71 \text{ см}$. 6. $v = 4,0 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 7. $\Delta v = 0,5 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 9. $v_3 = 1,8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$.

Практикаванне 26. 3. $\alpha = 30^\circ$. 4. $A = 0,2 \text{ Дж}$. 5. $A = 15 \text{ Дж}$. 6. $m = 1,0 \cdot 10^6 \text{ кг}$; $A = -200 \text{ МДж}$. 7. $A = 0,6 \text{ кДж}$. 9. $A = 0,22 \text{ МДж}$; $P = 1,6 \text{ кВт}$. 10. $A = 64 \text{ кДж}$; $P = 18 \text{ кВт}$.

Практикаванне 27. 1. $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. 2. $A = 0,16 \text{ Дж}$. 3. $m = 5,0 \text{ кг}$.

Практикаванне 28. 1. $E_{\text{к}} = 0,30 \text{ кДж}$. 3. $E = 40 \text{ Дж}$.

Практикаванне 29. 3. $E_{\text{к}} = 0,15 \text{ МДж}$. 4. $m = 10 \text{ г}$; $A = 2,4 \text{ МДж}$. 5. $\Delta E_{\text{п}} = 12 \text{ Дж}$. 6. $E_{\text{п}} = 50 \text{ МДж}$; $A = 18 \text{ МДж}$. 7. $v_{\text{макс}} = 1,1 \frac{\text{М}}{\text{с}}$. 8. $\alpha = 60^\circ$. 9. $v'_1 = 2,0 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; $\Delta E_{\text{унутр}} = 36 \text{ Дж}$; $\langle F \rangle = 600 \text{ Н}$. 10. $l = 23 \text{ м}$. 11. $A_{\text{тр}} = \Delta E_{\text{к}} = -1,5 \text{ МДж}$. 13. $E_{\text{к}} = 30 \text{ кДж}$; $F_{\text{сп}} = 150 \text{ кН}$.

(Назва і нумар установы адукацыі)

Навучальны год	Імя і прозвішча навучэнца	Стан вучэбнага дапаможніка пры атрыманні	Адзнака навучэнцу за карыстанне вучэбным дапаможнікам
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			
20 /			

Вучэбнае выданне

**Ісачанкава Ларыса Арцёмаўна
Сакольскі Анатоль Аляксеевіч
Захарэвіч Кацярына Васільеўна**

ФІЗІКА

Вучэбны дапаможнік для 9 класа
ўстаноў агульнай сярэдняй адукацыі
з беларускай мовай навучання

Заг. рэдакцыі *Г. А. Бабаева*. Рэдактар *К. І. Чэрнікава*. Мастак *А. Г. Дашкевіч*. Мастацкі рэдактар *А. М. Багушэвіч*. Тэхнічнае рэдагаванне і камп'ютарная вёрстка *Л. І. Шайко*. Карэктары *В. С. Бабеня, В. С. Казіцкая, А. П. Тхір, Г. В. Алешка*.

Падпісана ў друк 15.05.2018. Фармат $84 \times 108^{1/16}$. Папера афсетная. Гарнітура школьная. Друк афсетны. Ум. друк. арк. $21,84 + 0,42$ форз. Ул.-выд. арк. $14,00 + 0,5$ форз. Тыраж 16 000 экз. Заказ 308.

Выдавецкае рэспубліканскае ўнітарнае прадпрыемства «Народная асвета»
Міністэрства інфармацыі Рэспублікі Беларусь.

Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы,
распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 1/2 ад 08.07.2013.
Пр. Пераможцаў, 11, 220004, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

ААТ «Паліграфкамбінат імя Я. Коласа».

Пасведчанне аб дзяржаўнай рэгістрацыі выдаўца, вытворцы,
распаўсюджвальніка друкаваных выданняў № 2/3 ад 10.09.2018.
Вул. Каржанеўскага, 20, 220024, Мінск, Рэспубліка Беларусь.

**ЗНАЧЭННІ СКОРАСЦІ РУХУ
ДЛЯ НЕКАТОРЫХ ЦЕЛ І ПРАЦЭСАЎ
(ПРЫБЛІЖАННЯ)**

$300\,000 \frac{\text{KM}}{\text{C}}$

Святла ў вакууме

$225\,408 \frac{\text{KM}}{\text{C}}$

Святла ў прэснай вадзе

$30 \frac{\text{KM}}{\text{C}}$

Зямлі вакол Сонца

$7,9 \frac{\text{KM}}{\text{C}}$

Першай касмічнай

$1 \frac{\text{KM}}{\text{C}}$

Месяца вакол Зямлі

$425 \frac{\text{M}}{\text{C}}$

Малекул кіслароду
(пры нармальных умовах)

$1430 \frac{\text{M}}{\text{C}}$

Гуку ў прэснай вадзе
пры $17\text{ }^{\circ}\text{C}$

$331 \frac{\text{M}}{\text{C}}$

Гуку ў паветры
(пры нармальных умовах)

$160 \frac{\text{KM}}{\text{Г}}$

Цягнікоў на лініях Беларускай
чыгункі (максімальная)

**ЗНАЧЭННІ ПАСКАРЭННЯ СВАБОДНАГА ПАДЗЕННЯ
НА НЕКАТОРЫХ НЯБЕСНЫХ ЦЕЛАХ
(ПРЫБЛІЖАННЯ)**

СОНЦА

$274 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

ЮПІТЭР

$23,0 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

НЕПТУН

$15,0 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

ЗЯМЛЯ

$9,81 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

САТУРН

$9,44 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

ВЕНЕРА

$8,69 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

МАРС

$3,72 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

МЕСЯЦ

$1,62 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$

ФОБАС

$0,005 \frac{\text{M}}{\text{C}^2}$